



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLAS DE HIDALGO**
Facultad de Ingeniería Eléctrica



Laboratorio de Procesamiento Digital de Señales

PRÁCTICA 3

“Solución de Ecuaciones de Diferencias”

Objetivo:

Determinar y observar la respuesta numérica de un sistema representado por una ecuación de diferencias utilizando herramientas computacionales.

Antecedentes

Uno de los conceptos más importantes para el procesamiento digital de señales, es poder representar la relación de entrada y salida de cualquier sistema LTI. Una ecuación de diferencia nos sirve para expresar esta relación en un sistema discreto. El escribir la secuencia de entradas y salidas, las cuales representan las características del sistema LTI, como una ecuación de diferencia nos ayuda entender y manipular el sistema.

Una ecuación de diferencias es una expresión que muestra la relación entre valores consecutivos de una secuencia, y la diferencia entre ellos. Usualmente se escribe en una ecuación recurrente para que la salida del sistema se pueda calcular de las entradas de la señal y valores anteriores de dicha salida; en otras palabras, nos ayuda a describir la salida del sistema descrito por la fórmula para cualquier señal de entrada.

La forma general de este tipo de ecuación es la siguiente:

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

Como se menciono anteriormente, rescribiendo la expresión anterior como una ecuación recurrente queda:

$$y[n] = - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

De esta ecuación, note que $y[n-k]$ representa las salidas y $x[n-k]$ representa las entradas. El valor de N representa el orden de la ecuación de diferencias, que corresponde a la memoria del sistema representado. Ya que la ecuación depende de los valores pasados de la salida, para calcular una solución numérica, es necesario conocer algunos valores anteriores, conocidos como **condiciones iniciales**. Un ejemplo de una ecuación de diferencias típico se muestra a continuación.

$$y[n] + 0.5y[n-1] = 2x[n] - x[n-1]$$

Desarrollo

1. Usando simulink modele las siguientes ecuaciones de diferencias. Se recomienda que cada modelo lo realice de manera separada.

a) $1y[n] + 2 y[n-1] + 1 y[n-2] = x[n] - 0.4531 x[n-1] + 0.4663 x[n-2]$

b) $y[n] + 0.7y[n-1] + 0.2y[n-2] = x[n] - 4x[n-1]$

c) $y[n] = 0.234x[n] + 0.049x[n-1] + 0.052x[n-2] + 0.053x[n-3] + 0.052x[n-4] + 0.049x[n-5] + 0.234x[n-6]$

2. Utilice el bloque “*Discrete Impulse*” que se encuentra en el apartado *Signal Processing Blockset* → *Signal Processing Sources*, como fuente de señal $x[n]$, para todos los sistemas anteriores. Configurelos con un periodo de muestreo $T = 0.001$ seg.

- Encuentre la respuesta al impulso para cada uno de los sistemas modelados anteriormente, y determine si dichos sistemas son FIR (respuesta al impulso finita) o IIR (respuesta al impulso infinita). Asegúrese de simular el tiempo suficiente para poder contestar adecuadamente.
- Modele una señal que satisfaga la siguiente expresión:

$$x[n] = 4 + \text{sen}(20\pi nT) + 0.3\text{sen}(400\pi nT)$$

y gráfiquela usando un bloque *scope*. Grafique también, cada una de las componentes de la señal compuesta (cada una de las señales con las que formo la señal final).

- Aplique la señal modelada en el punto 4, al sistema del inciso c) del paso 1. Grafique la señal de entrada y la señal de salida juntas para poder ser comparadas visualmente.
- Genere un vector de señal $x[n]$ con la expresión del punto 4, y aplíquela al sistema que describe la ecuación de diferencias del inciso c) usando código de Matlab, y compare numéricamente los resultados obtenidos en el punto anterior para verificar que los resultados obtenidos sean correctos. Utilice los módulos “*To Workspace*” y “*From Workspace*” que se encuentran en el apartado *Simulink* → *Sinks* y *Simulink* → *Sources* respectivamente, para poder copiar los datos entre simulink y el workspace de MatLab.
- Con la respuesta al impulso del sistema del inciso c) obtenga la respuesta del sistema a la señal de entrada modelada en el punto número 4 mediante convolución, y compárela con las respuestas obtenidas en los puntos anteriores.

Reportar

- Modelos de simulink que representan las ecuaciones de diferencias aquí indicadas.
- Graficas de las señales generadas y procesadas por los sistemas indicados.
- Código generado.
- Observaciones y conclusiones.