Facultad de Ingeniería Eléctrica
Laboratorio de Electrónica "Ing. Luis García Reyes"
Laboratorio de Comunicaciones I

Práctica 4 "Modulación de una señal de Frecuencia Modulada"

Objetivo:

Diseñar e Implementar un modulador de FM basado en un circuito integrado dado un índice de modulación deseado y una frecuencia portadora. Verificar el funcionamiento del modulador en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.

Introducción:

La modulación en frecuencia se puede realizar de dos maneras: directa e indirecta. Para entender la diferencia entre una y otra consideremos una señal sinusoidal (portadora) con *modulación angular*:

$$v(t) = V_c \cos\left[\omega_c t + \theta(t)\right] \tag{1.1}$$

Donde $\omega_c = 2\pi f_c$ (rad/seg).

Obsérvese que esta señal tiene amplitud constante V_c y su frecuencia será constante f_c (hertz) solamente si $\theta(t)$ es constante.

Cuando el ángulo de fase instantáneo $\theta(t)$ varía con el tiempo la señal anterior es de frecuencia variable y se dice que tiene *modulación angular*. Esta variación se puede modular mediante una señal modulante $v_m(t)$.

Como la frecuencia de la señal (1.1) es variable, ya no se puede decir que sea de tal o cual frecuencia, sino que tiene una **frecuencia instantánea** variable dada por:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt}\left[\omega_c t + \theta(t)\right] \tag{1.2}$$

O bien,

$$\omega(t) = \omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt} \tag{1.3}$$

Que obviamente coincide con ω_c si $\theta(t)$ es constante.

Modulación FM directa: Se logra haciendo variar la *frecuencia* de la portadora en forma directamente proporcional a la amplitud de la señal modulante, es decir,

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = Kv_m(t) \quad \Rightarrow \quad \theta(t) = K\int v_m(t)dt \tag{1.4}$$

Donde K es la sensibilidad de desviación en rad/seg/volt.

Modulación PM (FM indirecta): Se logra haciendo variar la *fase* de la portadora en forma directamente proporcional a la amplitud de la señal modulante, es decir,

$$\theta(t) = Kv_m(t)$$

Índice de modulación (para FM directa): El índice de modulación (m) se define como sigue

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} \tag{1.5}$$

Donde Δf es la máxima desviación de frecuencia

$$\Delta f = \frac{KV_m}{2\pi} \tag{1.6}$$

Donde V_m es el valor de pico de la señal modulante.

La señal de (1.1) con modulación FM con una señal modulante puramente senoidal se puede escribir como sigue

$$v(t) = V_c \cos\left[\omega_c t + m\cos(\omega_m t)\right] \tag{1.7}$$

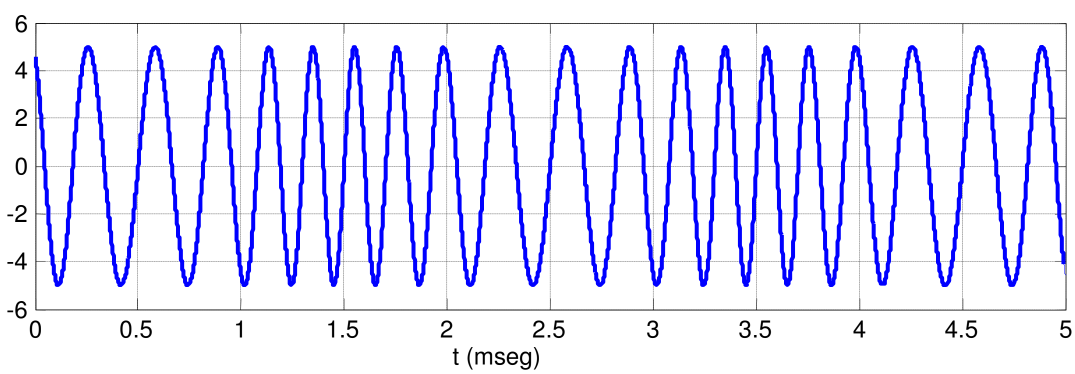
Dominio del tiempo: El aspecto que presenta una señal de frecuencia modulada en el dominio del tiempo se puede apreciar en el osciloscopio, pero no es fácil extraer a simple vista la portadora como en el caso de AM.

Ejemplo. Consideremos un modulador de FM con índice de modulación m=2, una portadora senoidal con $f_c = 4\,Khz$, es decir, la portadora sin modular es $v_c(t) = 5sen\left[2\pi(4000)t\right]$, Una señal modulante puramente senoidal $v_m(t) = V_m sen\left[2\pi(500)t\right]$.

Entonces la señal modulada en FM será, de acuerdo con (1.7):

$$v(t) = 5sen\left[2\pi(4000)t + 2\cos(2\pi(500)t)\right]$$

Que en el osciloscopio tendría el aspecto mostrado en la siguiente figura:



Para lograr el índice de modulación m=2 se requiere:

$$m = \frac{KV_m}{2\pi f_m} = \frac{KV_m}{1000\pi} = 2$$

Es decir,

$$KV_m = 2000\pi$$

Así, si la amplitud de la señal modulante es $V_m = 2\,v$, se requiere un coeficiente de sensibilidad de

$$K = 1000\pi = 3141.6\ \tfrac{rad/seg}{volt} = 500\ \tfrac{Hertz}{volt}$$

Dominio de la frecuencia: Los armónicos que aparecen al modular una señal senoidal mediante una señal modulante puramente senoidal dependen del índice de modulación y aparecen como bandas laterales una a cada lado de la frecuencia f_c. El conjunto de frecuencias laterales (armónicos) generados al modular en FM son:

$$f_c \pm f_m,\ f_c \pm 2f_m,\ f_c \pm 3f_m, \ldots, f_c \pm nf_m, \ldots etc.$$

Y las amplitudes de la banda lateral n-ésima está dada por

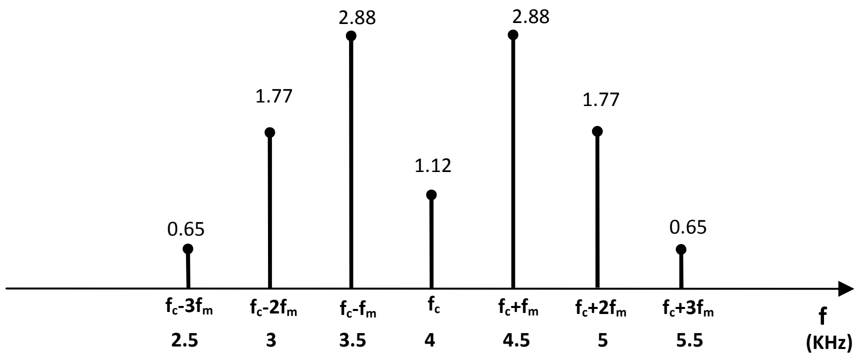
$$V_c J_n(m)$$

Donde $J_n(m)$ es una función de Bessel de primera clase que tiene la propiedad de ir disminuyendo conforme n crece y decrece más rápido para m pequeña (por ejemplo para m=2 $J_n(m)$ es despreciable a partir de n=4). Los valores de $J_n(m)$ se pueden encontrar en tablas publicadas en libros o en sitios de internet. A continuación se presenta una fracción de una de estas tablas:

Funciones de Bessel de primer tipo

beta	J0	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J0/J1
0.0	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	Inf
0.1	0.998	0.050	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	#####
0.2	0.990	0.100	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	9.950
0.3	0.978	0.148	0.011	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	6.591
0.4	0.960	0.196	0.020	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	4.899
0.5	0.938	0.242	0.031	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	3.874
0.6	0.912	0.287	0.044	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	3.181
0.7	0.881	0.329	0.059	0.007	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.678
0.8	0.846	0.369	0.076	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.294
0.9	0.808	0.406	0.095	0.014	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.989
1.0	0.765	0.440	0.115	0.020	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.739
1.1	0.720	0.471	0.137	0.026	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.528
1.2	0.671	0.498	0.159	0.033	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.347
1.3	0.620	0.522	0.183	0.041	0.007	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.188
1.4	0.567	0.542	0.207	0.050	0.009	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.046
1.5	0.512	0.558	0.232	0.061	0.012	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.917
1.6	0.455	0.570	0.257	0.073	0.015	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.799
1.7	0.398	0.578	0.282	0.085	0.019	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.689
1.8	0.340	0.582	0.306	0.099	0.023	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.585
1.9	0.282	0.581	0.330	0.113	0.028	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.485
2.0	0.224	0.577	0.353	0.129	0.034	0.007	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.388
2.1	0.167	0.568	0.375	0.145	0.040	0.009	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.293
2.2	0.110	0.556	0.395	0.162	0.048	0.011	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.199
2.3	0.056	0.540	0.414	0.180	0.056	0.013	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.103
2.4	0.003	0.520	0.431	0.198	0.064	0.016	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.005
2.5	-0.048	0.497	0.446	0.217	0.074	0.020	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000	-0.097
2.6	-0.097	0.471	0.459	0.235	0.084	0.023	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	-0.206
2.7	-0.142	0.442	0.470	0.254	0.095	0.027	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	-0.323
2.8	-0.185	0.410	0.478	0.273	0.107	0.032	0.008	0.002	0.000	0.000	0.000	-0.452
2.9	-0.224	0.375	0.483	0.291	0.119	0.037	0.010	0.002	0.000	0.000	0.000	-0.597
3.0	-0.260	0.339	0.486	0.309	0.132	0.043	0.011	0.003	0.000	0.000	0.000	-0.767
3.1	-0.292	0.301	0.486	0.326	0.146	0.049	0.014	0.003	0.001	0.000	0.000	-0.971

Para el ejemplo como m=2 se tendrán sólo los 3 pares de frecuencias laterales: $f_c \pm f_m,\ f_c \pm 2f_m,\ f_c \pm 3f_m$ además de la frecuencia central de la portadora f_c con las amplitudes dadas por el renglón marcado de la tabla multiplicado por V_c=5. En la siguiente figura se muestran las componentes de la señal en el dominio de la frecuencia:

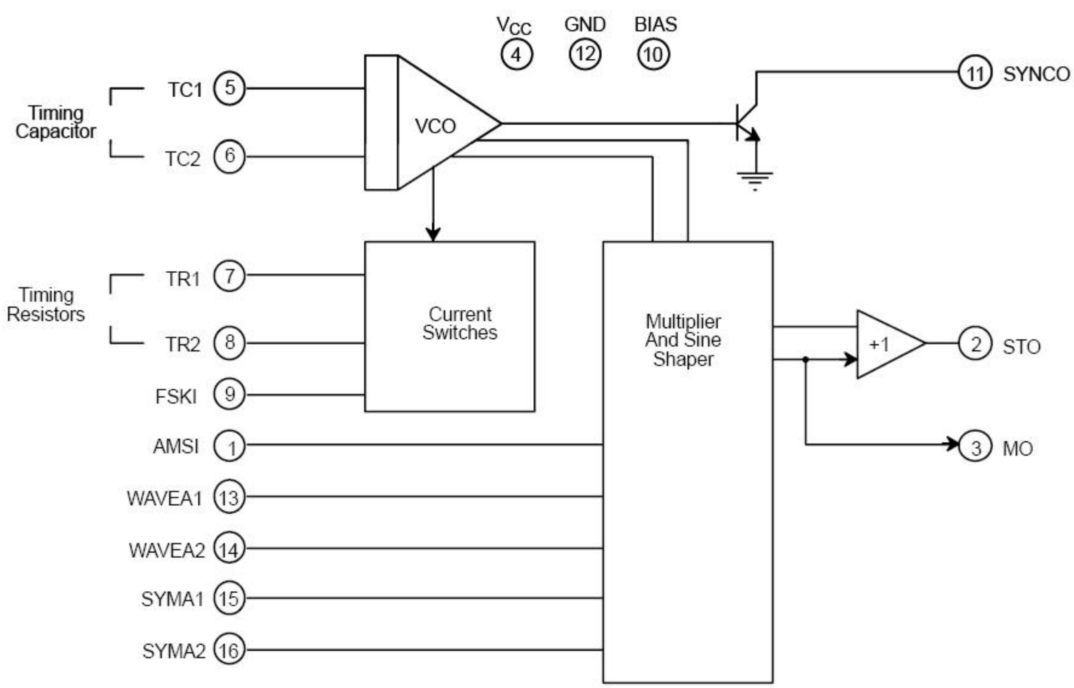


- Obsérvese que para este ejemplo resultaron más grandes las frecuencias laterales que la propia portadora, esto no es deseable en un transmisor comercial ya que invadirá las frecuencias cercanas arriba y abajo de la portadora (a menos que se haga a propósito para transmitir información en las bandas laterales). Para evitar esto se elige un índice de modulación pequeño (m<1).

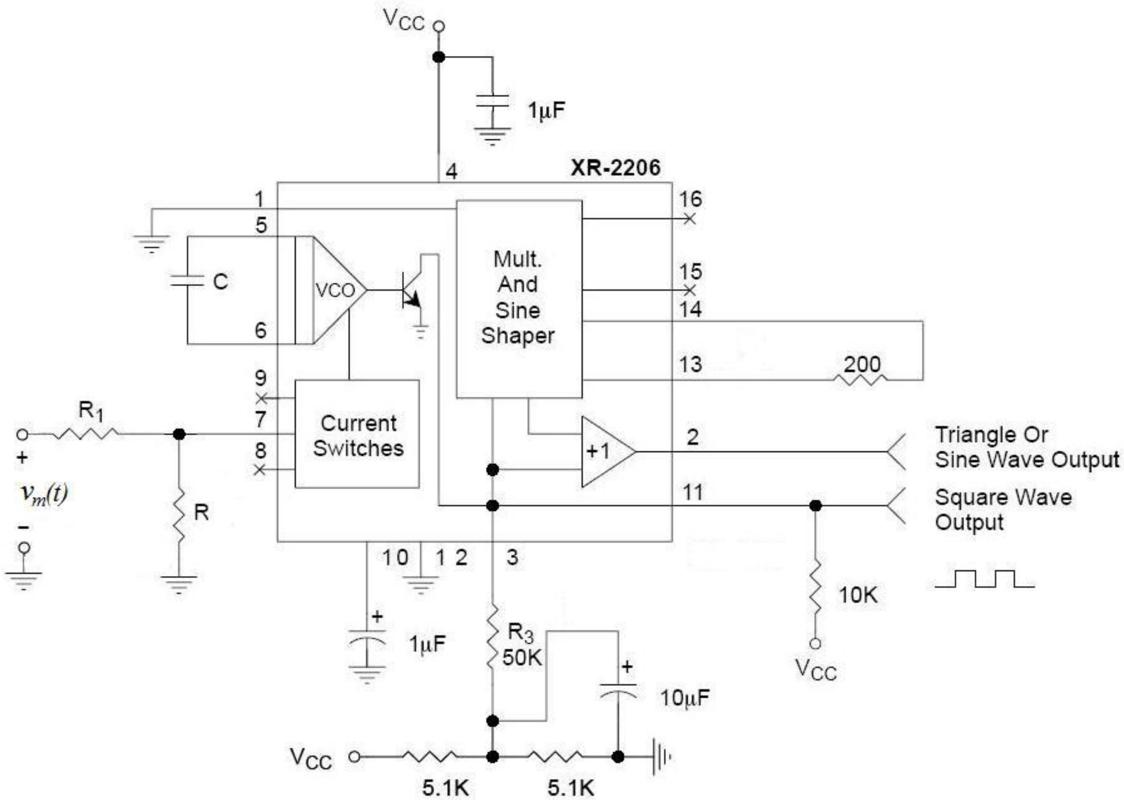
Desarrollo de la Práctica:

En esta práctica se implementará un modulador FM basado en un generador de señales en circuito integrado, el XR-2206. La ventaja de usar circuitos integrados para estas aplicaciones es la alta linealidad, baja distorsión, pocos componentes, alta estabilidad por temperatura, etc. Sin embargo, se tiene la desventaja del bajo rango de frecuencia (poco más de 1Mhz).

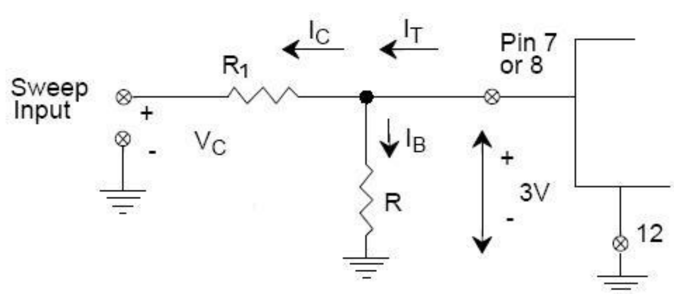
El XR-2206 es un circuito integrado de 16 patitas, su diagrama de bloques se muestra en la siguiente figura, obsérvese que internamente contiene un oscilador controlado por voltaje (VCO) este bloque es que realiza la modulación de frecuencia, al modificar la frecuencia de oscilación dependiendo de un voltaje de entrada establecido en las patitas 7 u 8.



Circuito a implementar: en la figura siguiente se muestra la conexión del XR-2206 necesaria par operarlo como generador de señal senoidal modulada en frecuencia.



Establecimiento de la frecuencia de oscilación: Como el circuito produce una señal modulada en frecuencia, la frecuencia de la señal de salida es variable y es controlada por el arreglo de resistencias conectado a la patita 7 u 8, el cual se muestra nuevamente a continuación con mayor detalle:



El circuito se encarga internamente de mantener un voltaje de 3 v en la patita 7 u 8, y el usuario se encargará de introducir el voltaje modulante $v_m(t)$ en Vc (sweep input).

De acuerdo al fabricante, la frecuencia instantánea que produce el circuito es proporcional a la corriente I_T como sigue:

$$f = \frac{0.32}{C} I_T \tag{1.8}$$

Donde C es el capacitor conectado entre las patitas 5 y 6 expresado <u>en microfaradios</u>. Aplicando leyes de Kirchhoff y tomando en cuenta la ecuación anterior, se obtiene:

$$f = \frac{0.96}{RC}\left[1 + \frac{R}{R_1}\left(1 - \frac{V_C}{3}\right)\right] \qquad (1.9)$$

Por lo tanto el coeficiente de sensibilidad de frecuencia respecto al voltaje modulante mencionado en la ecuación (1.4) de la introducción se puede calcular como:

$$K = \frac{\partial f}{\partial V_C} = -\frac{0.32}{R_1 C} \qquad (1.10)$$

en $\frac{Hertz}{volt}$.

El signo menos significa que la frecuencia de la señal de salida disminuye al aumentar Vc.

La frecuencia de la portadora sin modular está dada por (1.8) o (1.9) cuando Vc=0, lo que nos da:

$$f_c = \frac{0.92(R + R_1)}{CRR_1} \qquad (1.11)$$

Además, el fabricante recomienda que la corriente I_T no supere 3mA. Para asegurar esto, elegimos

$$R = 1K\Omega$$

➔ **Cuidaremos que Vc no supere los 3 volts de pico.**

Elegimos R1 grande para tener un mayor margen de seguridad, por ejemplo:

$$R_1 = 10\,K\Omega$$

Entonces si queremos $f_c = 4000\,Hz$ usaremos un capacitor de

$$C = \frac{0.92(11000)}{(4000)(10000000)} = 0.253\times10^{-6} = 253\,nF$$

Con lo cual obtendremos un coeficiente de sensibilidad de frecuencia de

$$K = -\frac{0.32}{1000(253\times10^{-9})} = -1264.8\ \tfrac{Hz}{volt} = -7943\,\tfrac{rad/seg}{volt}$$

Para cuidar la recomendación del fabricante el voltaje máximo de la señal modulante que podemos introducir en Vc es $V_m = 3\,volts$, por lo tanto, el máximo índice de modulación que podemos obtener, considerando una frecuencia de la modulante $f_m = 500\,Hz$ será

$$m = \frac{KV_m}{2\pi f_m} = \frac{3(1264.8)}{1000\pi} = 1.2$$

Y para obtener m=1 se requiere:

$$V_m = \frac{1000\pi}{K} = \frac{1000\pi}{1264.8} = 2.5\ volts$$

Procedimiento de la Práctica:

1) Armar el circuito del XR-2206 para generar una señal senoidal modulada en frecuencia por una

señal modulante también senoidal de la forma $v_m(t) = V_m \,\mathrm{s}\,en(2\pi f_m t)$ con las siguientes especificaciones: $m = 1,\ f_c = 4\,KHz,\ V_c = 5\ volts$, $f_m = 500\,Hz$, $V_m < 3\,volts$, Vcc=12 volts.

2) Mostrar la señal de salida en el osciloscopio.
3) Obtener el espectro de frecuencia de la señal usando la entrada protegida del micrófono de la PC y el software "Sound Card Oscilloscope" de Christian Zeitnitz que se puede bajar de la página http://www.zeitnitz.de/Christian/scope_en
4) Medir amplitudes y frecuencias del espectro y verificar de acuerdo a la tabla de funciones de Bessel si se obtiene lo esperado.

Evaluación:

Esta práctica se considerará aprobada (calificación=6) al hacer funcionar bien el circuito en el laboratorio: Incisos (1) y (2).

La calificación podrá aumentar hasta 8 si se resuelve el inciso (3) y hasta 10 si se entrega un **reporte impreso** con el inciso (4).