Práctica 1: Mediciones y Error Experimental (parte 1)

Nombre: ____

Fecha de realización: __________________ Grupo: ____________ Calificación: ____________

Objetivo: Establecer los conceptos de medida, patrón de medida, sistema de unidades y errores experimentales.

Material.

1 Regla de 30 cm
2 Vernier analógico con diferentes escalas
1 Vernier digital
1 Flexómetro
1 Regla de un metro
1 Cronómetro inteligente PASCO, con 2 fotopuertas.
1 Cronómetro digital ordinario
1 Riel con soportes y banderas de parada PASCO
1 Carro para riel PASCO
1 Báscula analógica
1 Báscula digital
1 Balín de acero

Introducción:

Explicar y conocer el desarrollo de los fenómenos que se desarrollan en la naturaleza han sido siempre una inquietud constante de los seres humanos. Para lograr responder a todas las preguntas que permiten explicar a detalle un fenómeno es necesario realizar un análisis cualitativo y cuantitativo de cada una de las cosas involucradas en dicho evento. La descripción de un fenómeno se logra mediante magnitudes físicas que caracterizan a dicho fenómeno para poder describirlo de manera cualitativa, para poder cuantificar estas cantidades es necesario medir.

La medición como cuantificación de toda magnitud física es una actividad inherente en la realización de todo experimento. Además, al atribuir un valor numérico a un hecho natural, el observador lo transforma de cualitativo (subjetivo y personal) a cuantitativo (objetivo y comunicable).

Cuando realizamos una medición, esencialmente se está efectuando una acción comparativa que nos permite hacer distinciones ordenadas en las propiedades de los fenómenos bajo estudio, de esta manera, es necesario crear patrones de unidad que nos permitan realizar esta comparación. Los patrones de unidad deben cumplir con ciertas características o requisitos:

1. Facilidad de reproducción.
2. Que no cambien con el tiempo.
3. Fáciles de utilizar.

Una vez que se establecen las unidades es posible generar una escala ordenada (patrón de medida), la representación matemática de una escala ordenada es una línea recta infinita (recta numérica) sobre la cual las unidades y sus divisiones se sucederán indefinidamente, con esta unidad y escala podemos determinar una magnitud representativa de la propiedad física que se mide. Las mediciones se pueden clasificar en:

1. Medidas directas: son aquellas que se realizan entre el objeto a medir y el instrumento de medición, estas pueden ser reproducibles o no reproducibles.
2. Medidas directas reproducibles: se mide la misma magnitud con los mismos instrumentos, mismo método y en las mismas condiciones, y el resultado no varía más (en valor absoluto) que la mitad de la mínima escala del instrumento. Esto es parte del control de calidad en la fabricación de un instrumento.
3. Medidas directas no reproducibles: son aquellas donde a pesar de realizar varias mediaciones se obtienen valores diferentes en cada ocasión.
4. Medidas indirectas: Son aquellas en que se requiere realizar operaciones matemáticas con dos o más mediciones directas.

Para describir un fenómeno físico (de manera general cualquiera) que ocurre en la naturaleza realizamos un experimento. Un experimento es la reproducción controlada del fenómeno de interés, tener un fenómeno controlado nos permite realizar una mejor descripción del mismo, y siguiendo en este sentido debemos preguntarnos: ¿Qué tan confiables son las mediciones realizadas en un experimento?

Las mediciones deben de tener exactitud y precisión para que estas sean confiables. El acto de medir es en sí mismo, poco controlable, pues los elementos que intervienen en la medición (observador, instrumento de medición, objeto a medir y condiciones externas) imposibilitan tener una medición al cien por ciento exacta y precisa.

Al tomar en cuenta tanto los factores perturbadores, así como la utilización de instrumentos de medición con una mejor resolución en su escala de medida es lo que determina el grado de exactitud y precisión. Lo que puede afectar claramente a la exactitud de la medición de una magnitud física, es sin duda por ejemplo la calibración del instrumento o bien el uso incorrecto de unidades. Y, por otro lado, en cuanto a la precisión, como ejemplo un vernier es más preciso que una regla graduada en mm, y un reloj con centésimas de segundo es más preciso que uno con solo segundos, etc.

La confiabilidad de la medición entonces se garantiza con un intervalo de confianza, este intervalo de confianza se puede determinar, puesto que depende del instrumento de medición que haya sido utilizado y/o del muestreo estadístico sobre el número de veces que la medición haya sido repetida, cuando la técnica de medición así lo requiera. Este intervalo de confianza recibe el nombre de **incertidumbre** en la medición, y es una medida de la dispersión o diferencia de los valores medidos respecto de un valor esperado o aceptable. De esta manera cuanto más pequeño sea el intervalo de incertidumbre mayor es la precisión en la medida, y por tanto su confiabilidad.

La incertidumbre considera o engloba cuantitativamente los errores ocurridos en la medición, estos errores son factores que hacen variar el resultado, incluso de forma impredecible. Estos errores se clasifican de tres tipos:

1. Errores aleatorios o estocásticos: Son variaciones que se presentan de manera azarosa en la medición, es decir, son variaciones que afectan de manera impredecible el resultado.
2. Errores sistemáticos. Son aquellos que afectan siempre en la misma cantidad o de la misma manera cuando se realizan las mediciones en un experimento (por ejemplo: mala calibración, o imperfecciones de un instrumento de medición o un inapropiado método de medida). Una vez detectados, estos errores se pueden eliminar, ya sea corrigiendo o cambiando los instrumentos de medición o realizando operaciones numéricas sobre los resultados obtenidos.
3. Errores teóricos: Se presentan al emplear una ecuación matemática de manera simplificada, con la finalidad de poder explicar o predecir un fenómeno bajo cierta aproximación. También suceden al explicar, bajo ciertos criterios de aproximación, la relación entre dos o más variables dentro de un experimento, por ejemplo, el rozamiento con el aire en mediciones de posición, velocidad y/o aceleración.

Para mediciones reproducibles, se toma como medida de la incertidumbre de la medición, la mitad de la división más pequeña de la escala del instrumento. Entonces, la magnitud de la propiedad que se mide, para este tipo de medidas, será reportada como:

$$(\boldsymbol{x} \pm \Delta \boldsymbol{x}) \text{ Unidades}$$

Donde x es la magnitud física medida y Δx representa la incertidumbre asociada a dicha medición, que para este tipo de mediciones se toma como la mitad de la división más pequeña de la escala del instrumento de medición empleado, y claramente ambas se indican con las mismas unidades.

Para las medidas no reproducibles, el valor medido, es decir la $\boldsymbol{x}$ que reportaremos será el promedio aritmético de las **n** mediciones efectuadas:

$$\boldsymbol{x} = \tilde{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{\mathrm{i}}}{n}$$

En este caso para la incertidumbre se utiliza el índice de precisión denominado desviación típica o estándar, la cual se define como:

$$\boldsymbol{\sigma\, est} \; = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{\mathrm{i}} - \tilde{a})^2}{(\,n-1)}}$$

que en un experimento es una medida de que tanto los datos experimentales se distribuyen alrededor del promedio ($\boldsymbol{x} = \tilde{a}$) o valor esperado, el cual es el valor más aceptable de la magnitud $\boldsymbol{x}$. Entonces para medidas directas no reproducibles la magnitud de la propiedad medida será reportada en la forma:

$$\boldsymbol{x} + \Delta\boldsymbol{x} = \; \tilde{a} \;\pm\; \sqrt{(\text{mitad de la mínima escala})^{\,2} \;+\; \boldsymbol{\sigma\, est}^{\,2}}$$

donde la raíz cuadrada se conoce como ***incertidumbre absoluta***, la cual considera tanto la incertidumbre instrumental como la incertidumbre estadística asociadas en una medición no reproducible.

Ejemplo: Sean los siguientes datos en milímetros obtenidos en nuestro experimento: 23.0, 24.5, 21.2, 25.0. Luego, como tenemos cuatro datos: n = 4, por lo que el promedio o valor esperado es:

$$\boldsymbol{x} = \tilde{a} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_{\mathrm{i}}}{n} = \frac{(23.0 + 24.5 + 21.2 + 25.0)}{4} = 23.425\; mm$$

Reportamos la medida como, 23.4 mm, ya que el instrumento de medición solo tiene décimas de milímetro, entonces:

$\sum_{i=1}^{n}(x_{\mathrm{i}} - \tilde{a})^2 = (23 - 23.4)^2 + (24.5 - 23.4)^2 + (21.2 - 23.4)^2 + (25 - 23.4)^2 =$
$8.77\; mm^2$

así:

$$\boldsymbol{\sigma\, est} \; = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{\mathrm{i}} - \tilde{a})^2}{(\,n-1)}} = \sqrt{\frac{8.77}{4-1}} = 1.71\; mm$$

con lo cual, en este caso la mínima escala del instrumento de medición es 0.1 mm por lo que la mitad de la mínima escala es 0.05 mm, por tanto, la medición con su respectiva incertidumbre absoluta es:

$$\boldsymbol{x} \pm \Delta\boldsymbol{x} = 23.4\,mm \pm \sqrt{(0.05\mathrm{mm})^{2} + (1.71mm)^{2}} = (23.4 \pm 1.71)mm$$

En general, el error en la medición puede expresarse como un error relativo o un error porcentual. El error relativo se define como el cociente entre la incertidumbre de la medición y la medición efectuada

$$I_R = \frac{\Delta x}{x}$$

Mientras que el error porcentual se define como:

$$I_{\%} = \frac{\Delta x}{x} \times 100\% = I_R \times 100\%$$

el error porcentual permite hacer notar lo significativo o relevante que es la incertidumbre Δx respecto de la medición de la magnitud x. Es por esta razón que se debe identificar bien qué tipo de medida es, si esta es directa o indirecta, reproducible o no reproducible, para calcular adecuadamente la incertidumbre.

Por otro lado, además del tipo de medición, es también muy importante identificar los tipos de error que intervienen en el experimento para lograr en lo posible que la medición tanto de x como de Δx sean lo más adecuadas o aceptables. Por lo cual se recomienda revisar la calibración de los instrumentos y el modelo teórico que tomamos para fundamentar nuestro montaje experimental, así como cuidar al detalle la toma de datos, etc. De esta manera procuramos aprovechar sustancialmente tanto el método establecido como los instrumentos utilizados.

Así, por ejemplo, para la medición del diámetro de una moneda de 1 peso:

Instrumento de medición	**Vernier digital (Truper)**	**Vernier analógico (Truper)**	**Vernier de plástico (Scala)**	**Regla de 30 cm**	**Regla de 1 m**
Mínima Escala	**0.01 mm**	**0.02 mm**	**0.1 mm**	**1 mm**	**1 cm**
Medida: **($x \pm \Delta x$)** **unidades**	(21.03 ± 0.005) mm	(20.88 ± 0.01) mm	$(21 \pm 0.05)\ mm$	(21 ± 0.5) mm	(2 ± 0.5) cm
Incertidumbre Relativa $I_R = \frac{\Delta x}{x}$	$\frac{0.005\ \text{mm}}{21.03\ \text{mm}} = 0.00023$	$\frac{0.01\ \text{mm}}{20.88\ \text{mm}} = 0.00047$	$\frac{0.05\ mm}{21\ mm} = 0.00238$	$\frac{0.5\ \text{mm}}{21\ \text{mm}} = 0.0238$	$\frac{0.5\ \text{cm}}{2\ \text{cm}} = 0.25$
Incertidumbre Porcentual $\boldsymbol{I_R \times 100}\%$	0.023 %	0.047 %	0.238 %	2.38 %	25 %

Como puedes apreciar en este ejemplo, es muy importante que tengas presente que **TANTO LA MEDICIÓN MISMA COMO SU INCERTIDUMBRE DEBEN TENER ¡AMBAS! *LAS MISMAS UNIDADES* para poder reportar la medición como debe ser, esto es:** **(**$x + \Delta x$) Unidades. Así como el error relativo y porcentual son sus valores son adimensionales, es decir, no tienen unidades, lo cual solo es posible si precisamente tanto la medición como su incertidumbre ***ambas tienen las mismas unidades,*** pues al hacer la división $\left(\frac{\Delta x}{x}\right)$, sus unidades solo podrán cancelarse si son las mismas. *De lo contrario, esto no se puede realizar y tendrás un claro error al reportar tus mediciones y sus respectivos errores relativo y porcentual*. Para evitar esto, observa bien el ejemplo anterior.

Actividades:

Empleando el equipo y material que se proporciona, mide los objetos indicados, reporta la medición con su incertidumbre correspondiente, consulta el apéndice 1 para conocer más el uso del vernier. Recuerda que debes identificar el tipo de medición (reproducible o no reproducible) para determinar adecuadamente su incertidumbre. Y en el caso que sea una medición reproducible, determinar la mitad de la mínima escala de medición que tiene el instrumento que utilizaste pues esta es su incertidumbre.

Diámetro del balín (d) .

Instrumento de medición	**Vernier digital (Truper)**	**Vernier analógico (Truper)**	**Vernier analógico (Scala)**	**Regla de 30 cm**	**Regla de 1 m**
Mínima escala	**0.01 mm**	**0.02 mm**	**0.1 mm**	**1 mm**	**1 cm**
Tipo de medición (directa o indirecta)					
Reproducible o no reproducible					
Medida: $(d \pm \Delta d)$ **unidades** **(MISMAS UNIDADES)**	(______±_____) _______	(_______±______) _______	(______±______) _______	(______±______) _______	(______±_____) _______
Incertidumbre Relativa: $\left(\frac{\Delta d}{d}\right)$					
Incertidumbre Porcentual: $\left(\frac{\Delta d}{d}\right)x100$					

Diámetro de una moneda de 10 pesos (d) .

Instrumento de medición	**Vernier digital (Truper)**	**Vernier analógico (Truper)**	**Vernier analógico (Scala)**	**Regla de 30 cm**	**Regla de 1 m**
Mínima escala	**0.01 mm**	**0.02 mm**	**0.1 mm**	**1 mm**	**1 cm**
Tipo de medición (directa o indirecta)					
Reproducible o no reproducible					
Medida: $(d \pm \Delta d)$ **unidades** **(MISMAS UNIDADES)**	(______±______) _______	(______±______) _______	(______±_____) _______	(______±______) _______	(_______±______) _______
Error Relativo: $\left(\frac{\Delta d}{d}\right)$					
Error Porcentual: $\left(\frac{\Delta d}{d}\right)x100$					

Masa del balín (m).

Instrumento de medición	**Báscula analógica**	**Báscula digital**
Mínima Escala		
Tipo de medición (directa o indirecta)		
Reproducible o no reproducible		
Medida: $(m \pm \Delta m)$ **<u>unidades</u>** **(MISMAS UNIDADES)**	(__________±________) _______	(___________±________) _______
Error Relativo: $\left(\frac{\Delta m}{m}\right)$		
Error Porcentual: $\left(\frac{\Delta m}{m}\right)x100$		

La distancia que recorre el carro desde su punto de inicio hasta llegar al reposo.

Instrumento de medición	**Graduación del riel**	**Regla de 1 m**
Mínima Escala		
Tipo de medición (directa o indirecta)		
Reproducible o no reproducible		
Medida: $(x \pm \Delta x)$ **<u>unidades</u> (MISMAS UNIDADES)**	(________±______) ______	(________±_______) _______
Error Relativo: $\left(\frac{\Delta x}{x}\right)$		
Error Porcentual: $\left(\frac{\Delta x}{x}\right) x100$		

El tiempo que tarda en recorrer el carrito cierta distancia sobre el riel. **Realizando la medición de manera <u>simultánea</u> con ambos instrumentos**.

Instrumento de medición	**Cronómetro Pasco**	**Cronómetro Digital**
Mínima Escala		
Tipo de medición (directa o indirecta)		
Reproducible o no reproducible		
Medida: $(t \pm \Delta t)$ **<u>unidades</u> (MISMAS UNIDADES)**	(__________±_________) _________	(___________±_________) ________
Error Relativo: $\left(\frac{\Delta t}{t}\right)$		
Error Porcentual: $\left(\frac{\Delta t}{t}\right)x100$		

Sección de análisis:

1. ¿Qué es un experimento?
   ____
   ____
   ____

2. ¿Qué es medir?

____

____

____

____

3. ¿Cuáles son las principales características de un patrón de medición?

____

____

____

____

4. ¿Cuál es la diferencia entre exactitud y precisión?

____

____

____

5. ¿Qué es la incertidumbre en la medición?

____

____

____

____

6. ¿Cómo logramos disminuir la incertidumbre? Escribe un ejemplo práctico.

____

____

____

____

7. Escribe tus conclusiones acerca de las mediciones, patrones de medición, instrumentos de medición y sus respectivas incertidumbres

____

____

____

____

____

____

____

____

Práctica 2: Mediciones y Error Experimental (parte 2)

Nombre: ____

Fecha de realización: __________________ Grupo: ____________ Calificación: ____________

Objetivo: Establecer los procedimientos de cálculo en una medición indirecta, e identificar el tipo de medición y error, y de acuerdo a ello, cuantificar apropiadamente su incertidumbre.

Material.

1 Flexómetro
1 Cronómetro inteligente PASCO, con 1 fotopuerta.
1 Péndulo

Introducción:

En esta práctica realizaremos mediciones directas y también mediciones indirectas con ayuda de varios instrumentos tanto analógicos como digitales. Haciendo énfasis en identificar primeramente el tipo de medición, si es esta directa o indirecta y si es reproducible o no reproducible. Con este primer paso realizado correctamente podremos calcular de forma adecuada su incertidumbre y con ello el error asociado a cada medición. De acuerdo con la práctica anterior, la calidad de la medición, es decir su exactitud y precisión, depende por el lado de la exactitud, de la identificación de las fuentes de error y con ello procurar en lo posible disminuirlos.

Y, por otro lado, como ya lo habrás notado a través del desarrollo de las actividades de la práctica anterior, la precisión en la medición está estrechamente relacionada con la capacidad de resolución o mínima escala del instrumento de medición. Por tanto, la precisión está directamente relacionada con la incertidumbre en la medición. *La consideración de la importancia de estos aspectos, contribuyen a incrementar la calidad de nuestras mediciones, es decir, a disminuir el error.*

Dada la importancia de la determinación correcta de la incertidumbre, en esta práctica se aborda el cálculo de la incertidumbre en las mediciones indirectas, es decir las que obtenemos mediante la realización de operaciones matemáticas. Así, en cuanto a las operaciones aritméticas básicas realizadas con valores obtenidos experimentalmente, es decir, mediciones directas para las variables x e y con su respectiva incertidumbres Δx y Δy. Las reglas para determinar la incertidumbre en estos casos son:

1. SUMA $(x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y) = (x + y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
2. RESTA $(x \pm \Delta x) - (y \pm \Delta y) = (x - y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
3. PRODUCTO $(x \pm \Delta x)(y \pm \Delta y) = (x\, y) \pm (y\, \Delta x + x\, \Delta y)$
4. COCIENTE $\frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y} \pm \frac{x\, \Delta y + y\, \Delta x}{y^2}$
5. POTENCIAS $(x \pm \Delta x)^n = x^n \pm n\, x^{n-1}\, \Delta x$
6. PRODUCTO POR UN ESCALAR $k\,(x \pm \Delta x) = k\, x \pm k\, \Delta x$

Finalmente, se analizan las implicaciones que puede tener en el cálculo del error, el realizar aproximaciones en una expresión matemática utilizada en nuestro experimento.

ACTIVIDADES

I. Determinar la densidad del balín utilizando las mediciones directas obtenidas en la práctica 1 y la expresión matemática para el cálculo de la densidad proporcionada en el desarrollo de la práctica, así como las reglas 1 a 6 dadas en la introducción para el cálculo de la incertidumbre de la densidad.

Indicar explícitamente los pasos algebraicos que llevan a tu resultado, y no olvides tener presente que el diámetro y la masa se miden con distintos instrumentos, por lo cual habrá que tener presente el instrumento utilizado para en cada caso, para de esta manera considerar su respectiva incertidumbre.

Puesto que la ecuación para la densidad es un cociente ($\rho = \frac{m}{V}$), entonces debemos aplicar de las reglas 1 a 6, la número 4, que para el caso de la densidad toma la siguiente forma:

$$\rho \pm \Delta\rho = \frac{m}{V} \pm \frac{(m \cdot\ \Delta v + V \cdot\ \Delta m)}{V^{\,2}}$$

donde se tiene que:

$m =$ valor de la masa, y su incertidumbre $\Delta m =$ (mitad de la mínima escala de la báscula) para ΔV consideramos el volumen de una esfera expresado en términos de su diámetro, esto es: $V = \left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot d^3$ que como podemos ver de acuerdo con las reglas 1 a 6 se tiene para la incertidumbre de una expresión potencia (regla 5), en este caso el volumen es una función cúbica ($n = 3$), así como el producto por un escalar (regla 6) donde para este caso dicho escalar es $\left(\frac{\pi}{6}\right)$ se tiene entonces que:

$$\Delta V = \left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot 3 \cdot d^{3-1} \cdot \Delta d = \left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot d^2 \cdot \Delta d; \qquad \text{donde}$$

$$\Delta d = (\text{mitad de la mínima escala del vernier })$$

Realiza tus mediciones y los cálculos para la densidad y su incertidumbre de acuerdo a lo discutido en el párrafo anterior. Anota tus resultados en la siguiente tabla:

Densidad del Balín	
Instrumentos de medición utilizados	
Tipo de medición **(directa o indirecta)**	
Reproducible o **no reproducible**	
Medida: **($\rho \pm \Delta\rho$) <u>unidades</u>** **(MISMAS UNIDADES)**	(___________±__________) ________
Error Relativo: $\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)$	
Error Porcentual	

$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)x100$	

II. El periodo de oscilación de un péndulo *simple*, se puede calcular mediante la ecuación (1a). El péndulo simple se define como aquel donde la masa que está oscilando es puntual y está localizada en el extremo final de la cuerda de longitud ℓ. Es decir, la masa de la cuerda se considera despreciable en comparación con el valor de la masa oscilante.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \text{ecuación (1a)}$$

La ecuación (1a) se obtiene al considerar que la fuerza resultante o neta (*Fr*) sobre la masa oscilante está dada de manera exacta por: $F_r = mg\sin\alpha$, se aproxima mediante $F_r \approx mg\alpha$, lo cual es válido solamente para amplitudes de oscilación pequeñas. Para poder realizar esta aproximación: ***el ángulo $\boldsymbol{\alpha}$ debe estar dado en radianes*** donde el factor de conversión es $180° = \pi\,(radianes)$. Entonces, para ángulos pequeños se puede considerar que con cierta aproximación $\sin\alpha \approx \alpha$.

III. A fin de constatar que ***únicamente para ángulos pequeños*** **se puede hacer la aproximación** $\sin\alpha \approx \alpha$, donde en la columna para $\boldsymbol{\alpha}$ ($\boldsymbol{\alpha}$ está medido en radianes), pero en la columna para $\sin\alpha$ ($\boldsymbol{\alpha}$ está medido en grados). Completa la tabla siguiente, donde la diferencia porcentual entre $\sin\alpha\ \ y\ \ \alpha$ se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Diferencia porcentual} = \left|\frac{(\alpha - \sin\alpha)}{\sin\alpha}\right| \times 100$$

Completa la siguiente tabla, toma como ejemplo 1° y 40°

$\alpha\ (\,grados)$	$\text{sen}\,\alpha$ $(\,\alpha\ medido$ $en\ grados)$	α $(\,medido$ $en\ radianes)$	Diferencia Porcentual $\left\lvert\frac{(\alpha-\ \sin\alpha)}{\sin\alpha}\right\rvert\times 100$
1.0°	0.017452406	0.017453292	$\left\lvert\frac{(0.017453292-0.017452406\,)}{0.017452406}\right\rvert\times 100\%$ =0.0050766%
2.0°			
5.0°			
10.0°			
40.0°	0.6427876	0.69813	$\left\lvert\frac{(0.69813-0.6427876\,)}{0.6427876}\right\rvert\times 100\%$ =8.6097%
60°			

La finalidad de esta tabla es corroborar que a medida que la amplitud se incrementa, el error aumenta.

Si no se hubiese realizado la simplificación o aproximación $\sin\alpha\ \approx\ \alpha$, entonces la expresión correcta para determinar el periodo de oscilación del péndulo simple es:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}-\frac{9}{64}\sin^4\frac{\alpha}{2}+\cdots\right) \qquad \text{ecuación (1b)}$$

Es claro, que los errores teóricos de este tipo se pueden ajustar para satisfacer las demandas de precisión de acuerdo a los instrumentos de medición disponibles, y el planteamiento experimental que se implemente.

IV. Con la finalidad de comparar los valores del periodo de oscilación de un péndulo simple para distintas amplitudes (valor para α), realiza tres veces cada una, y obtén el promedio de estas tres mediciones para los ángulos indicados en la siguiente tabla y anota tus resultados en la columna para $T\ prom$ y su incertidumbre absoluta $\Delta T\ prom$, y por último su error porcentual.

α $(grados)$	T_1	T_2	T_3	$T\ prom$	$\Delta T\ prom$	Incertidumbre Porcentual $\frac{\Delta T\ prom}{T_{prom}} \times 100\%$
15°						
30°						
45°						
60°						

En este caso se trata de medida no reproducible, como se menciona en la práctica 1, para calcular la incertidumbre, tenemos, que la mínima escala del instrumento es 0.0001 segundo. Aplicando las ecuaciones tenemos para la medición en cada ángulo se usa $\sum \left(T_{prom} - T_i\right)^2 = (\_\_\_\_ - \_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_ - \_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_ - \_\_\_\_)^2 = \_\_\_\_\_\_ s^2$

La desviación estándar es

$$\boldsymbol{\sigma\ est} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{\mathrm{i}} - \tilde{a})^2}{(\ n - 1)}} = \sqrt{\frac{\_\_\_\_\_\_ s^2}{2}} = \_\_\_\_\_\_\_\_ s$$

Con lo cual la incertidumbre en la medición es

$$\Delta T_{prom} = \sqrt{(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)^2} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ s$$

V. Calcula el periodo empleando respectivamente las ecuaciones (1a) y (1b), y obtén la diferencia porcentual respecto del valor experimental promedio anotando tus resultados al final en la tabla. Anota la a longitud del péndulo es ℓ=_______m

α $(grados)$	T Ec. 1a	$T\,'$ Ec. 1b	$T\ prom$ Experimental	$\left\lvert\frac{(T - \text{T prom})}{\text{T prom}}\right\rvert \times 100\%$	$\left\lvert\frac{(T' - \text{T prom})}{\text{T prom}}\right\rvert \times 100\%$
15°					
30°					
45°					
60°					

La diferencia porcentual nos permite notar la desviación en nuestro cálculo al estar utilizando una aproximación, ecuación (1a), respecto al valor teórico correcto, ecuación (1b).

Sección de análisis para el experimento de medición y cálculo del periodo del péndulo simple.

1. ¿Se trata de una medición directa o indirecta, reproducible o no reproducible? Justifica tu respuesta

   ____

   ____

   ____

2. ¿Qué tipo de errores se presentan en este experimento? Indica el tipo de error y descríbelo brevemente.

____

____

____

____

____

3. ¿De acuerdo a la medición que realizaste de los ángulos de 40° y 60°, ¿Qué otro error significativo, además claramente del error teórico, puedes considerar?

____

____

____

____

4. ¿Con cuál de las dos expresiones para el periodo obtienes resultados más cercanos al valor promedio experimental?, ¿Cuál expresión consideras que es más exacta y por qué?

____

____

____

____

____

5. Escribe tus conclusiones acerca de cómo logramos disminuir los distintos tipos de error (sistemáticos, aleatorios y teóricos) en las mediciones.

____

____

____

____

____

Práctica 3: Suma de Vectores

Nombre: ____

Fecha de realización: ____________________ Grupo: ______________ Calificación: _____________

Objetivo: Determinar experimentalmente la fuerza que equilibra a otras dos fuerzas dadas, comparando el resultado experimental con los resultados de los métodos gráfico y analítico para la suma de vectores.

Material.

1 Mesa de fuerzas PASCO
1 Juego de pesas y porta pesas
1 Báscula digital
3 Poleas Super Pulley PASCO
Papel milimétrico, regla y transportador

Introducción:

Los vectores concurrentes, en particular las fuerzas, son aquellas que actúan de tal manera que sus líneas de acción pasan a través de un punto común. Cuando cierto número de fuerzas actúan en un punto común, se puede encontrar mediante métodos matemáticos, una fuerza equivalente que tenga exactamente el mismo efecto físico que las fuerzas originalmente consideradas. Esta fuerza equivalente es la suma vectorial o fuerza resultante de las fuerzas originales. En esta práctica se estudiarán las fuerzas coplanares concurrentes, es decir, las fuerzas que se encuentran en un mismo plano y sus líneas le acción concurren o se cruzan en un mismo punto. Se ilustra esto en el siguiente ejemplo, ver figura 1, que es muy similar al planteamiento experimental desarrollado en las actividades de esta práctica:

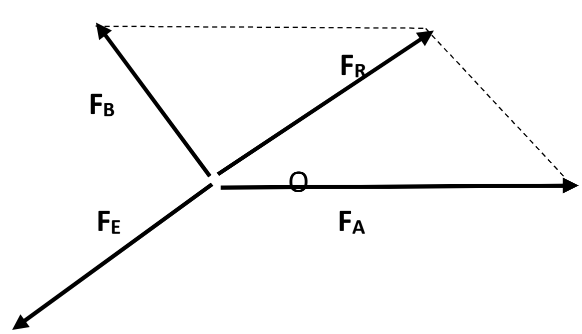


Figura1. Fuerza resultante $\mathbf{F_R}$ y fuerza equilibrante $\mathbf{F_E}$.

La fuerza resultante $\mathbf{F_R}$ es el vector suma de la fuerza $\mathbf{F_A}$ y la fuerza $\mathbf{F_B}$, es decir: $\mathbf{F_R = F_A + F_B}$. El vector suma esta gráficamente representado en la fig. 1, una vez que se ha aplicado el método del paralelogramo. Si el punto **O** está en equilibrio estático (reposo total), entonces se deberá tener que la fuerza $\mathbf{F_E}$ = - ($\mathbf{F_A}$ + $\mathbf{F_B}$) = - $\mathbf{F_R}$, y se dice que $\mathbf{F_E}$ es la fuerza equilibrante de $\mathbf{F_A}$ y $\mathbf{F_B}$. De este modo, las fuerzas de la fig. 1. forman un sistema de fuerzas coplanares y concurrentes, que mantienen en equilibrio estático al punto O.

En la primera parte de la práctica, se colocarán en la mesa de fuerzas, tres pesos distintos en ángulos distintos de tal manera que se logren equilibrar. Una de las fuerzas se designa como la equilibrante de las otras dos, y la relación entre la equilibrante y la resultante se hará notar gráficamente usando el método del paralelogramo.

ACTIVIDADES

1. Sujeta tres tramos de hilo a la pieza circular de plástico y colócalo al centro de la mesa de fuerzas haciéndolos pasar los hilos por las poleas como se ilustra en la figura 2.
2. Cuelga los porta pesas en cada uno de los hilos. Es muy importante que la mesa de fuerzas este nivelada. Checa esto utilizando el nivel de burbuja.
3. Coloca una masa de 50 g en el porta pesas y ajusta el hilo a un ángulo de 0°, la tensión en este hilo será representada como la fuerza $\mathbf{F_A}$.
4. Similarmente coloca ahora una masa de 100 g llevando el hilo a un ángulo de 120° la tensión en este otro hilo será representada como la fuerza $\mathbf{F_B}$.
5. Ensaya colocando en el porta pesas una determinada cantidad de peso y busca un ángulo tal que, este tercer peso logre centrar y dejar al anillo de plástico sobre el círculo negro dibujado al centro de la mesa de fuerzas. **Es muy importante checar que los hilos tienen una dirección paralela a la superficie de la mesa de fuerzas**, en caso de que no sea así, ajusta la dirección de los hilos modificando la posición de las poleas.
6. Para checar que el anillo está en equilibrio debido *solamente a los pesos colgantes*, jala un poco de cada uno de los tres hilos, uno por vez, y observa que el anillo de plástico regresa a su posición anterior o de equilibrio, es decir, deberá regresar nuevamente a estar sobre el círculo negro de la mesa de fuerzas.
7. Una vez que consideres que el anillo está en equilibrio, anota el ángulo que forma este tercer hilo con la ayuda de la graduación en grados de la mesa de fuerzas y anótalo en la tabla 1. La tensión en este hilo representará la fuerza equilibrante $\mathbf{F_E}$.
8. Retirar ahora con cuidado entre dos compañeros las masas del peso que logró equilibrar el anillo y utiliza la balanza para obtener su masa y anótala en la tabla 1.

Fig. 2 Disposición experimental de los pesos en la mesa de fuerzas.

Tabla 1.

Fuerza	Masa	Magnitud Masa x gravedad = Peso (N)	Dirección (Ángulo estándar)
F_A			
F_B			
F_E			

Observa que no son aceptables para este experimento tres ángulos con igual magnitud y separación de 120° entre cada dirección de los vectores F_A, F_B y F_E. ¿Por qué razón será esto? ____

____

Método gráfico:

Utilizando el método del paralelogramo (ver fig. 1) <u>mediante una escala apropiada</u>, grafica en la hoja de papel milimétrico la magnitud de las fuerzas $\mathbf{F_A}$ y $\mathbf{F_B}$ y sus direcciones de acuerdo con los valores de la tabla 1. Encuentra la magnitud de la suma $\mathbf{F_A + F_B}$ mediante dicho método, y mide su magnitud con la regla y su dirección mediante el transportador. No olvides realizar esto de acuerdo a la escala que escogiste para graficar las magnitudes de $\mathbf{F_A}$ y $\mathbf{F_B}$. Esta suma es igual a la fuerza resultante, es decir, $\mathbf{F_R = F_A + F_B}$. Anota tus resultados en la tabla 2. La fuerza equilibrante $\mathbf{F_E}$ se obtiene al rotar 180° la fuerza $\mathbf{F_R}$.

Método analítico:

En cuanto al método analítico se encuentran primeramente los ángulos estándar o canónicos de cada vector, con lo cual se determinan sus componentes **X** e **Y**. Con esto realizado se procede a determinar la suma vectorial en la dirección **X** y la suma vectorial en la dirección **Y** lo cual permite calcular las resultantes en la dirección **X** e **Y**, es decir, $\mathbf{F_{RX}}$ y $\mathbf{F_{RY}}$ para finalmente encontrar con este método la magnitud y dirección de la fuerza resultante $\mathbf{F_R = F_A + F_B}$. Las expresiones matemáticas para realizar esto son las siguientes:

Componentes **X** e **Y**	Magnitud de la resultante	Dirección de la resultante:
$x = F\cos\theta$ $y = F\sin\theta$	$F_R = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2}$	$\theta_R = Tan^{-1}\left(\frac{\sum Fy}{\sum Fx}\right)$

Una vez realizados los cálculos de F_R y θ_R anótalos en la tabla 2. La fuerza equilibrante **F_E** se obtiene al rotar 180° la fuerza **F_R**.

Tabla 2

Método	**Fuerza Equilibrante (F_E)**	
	Magnitud	Dirección
Experimental		
Gráfico		
Analítico		

9. ¿Con cuál de los métodos, gráfico o analítico obtienes un valor más cercano o apegado al valor experimental para la fuerza equilibrante?

____

____

10. Ahora, en otra hoja de papel milimétrico, suma vectorialmente las tres fuerzas **F_A, F_B** y **F_E** mediante el llamado **método del polígono,** que es el método gráfico requerido cuando se suman gráficamente más de dos vectores. Este método se ilustra a manera de ejemplo en su forma gráfica en las fig.3 y fig.4 para la suma vectorial de los vectores de fuerza: **A, B, C** y **D**.

11. Realiza el cálculo analítico de la suma de las tres fuerzas $\mathbf{F_A}$, $\mathbf{F_B}$ y $\mathbf{F_E}$, para lo cual este método no presenta ningún cambio para determinar las componentes **X** e **Y,** así como la magnitud y dirección de la fuerza resultante $\mathbf{F_R}$ **y** $\boldsymbol{\theta_R}$.

En la figura 3 se indican los ángulos estándar de cada uno de estos vectores, dichos ángulos son necesarios para realizar apropiada y correctamente tanto los trazos del método gráfico como los cálculos del método analítico.

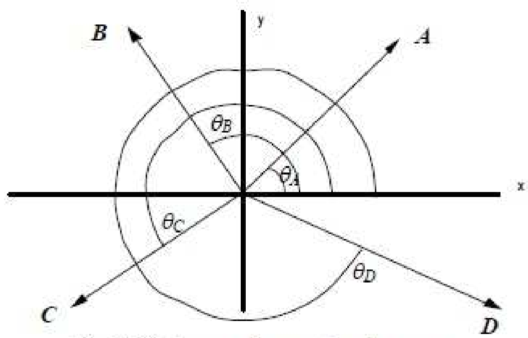


Fig.3 Sistema de cuatro fuerzas

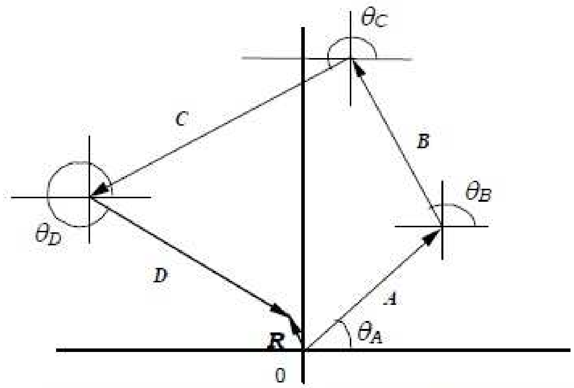


Fig.4 Suma de fuerzas. Método del Polígono

12. De acuerdo a lo desarrollado en esta práctica. ¿A qué conclusión llegas en cuanto a cómo se relacionan vectorialmente la magnitud, dirección y sentido de la fuerza resultante comparadas con la magnitud, dirección y sentido de la fuerza equilibrante?

____

____

____

Sin realizar las operaciones, pero de acuerdo con tu respuesta a la pregunta anterior. Puedes auxiliarte con un diagrama. ¿Qué resultado esperarías obtener al sumar para el sistema de fuerzas de la tabla 1, lo siguiente?

¿ $F_B + F_E$ = ? __________________

¿ $F_E + F_A$ = ? __________________

13. Escribe tus conclusiones de esta práctica.

____

____

____

____

____

____

____

Práctica 4: Relaciones Lineales

Nombre: ____

Fecha de realización: ______________________ Grupo: ______________ Calificación: ____________

Objetivo: Establecer e interpretar la gráfica obtenida a partir de datos experimentales y obtener la relación empírica de comportamiento del fenómeno en estudio.

Material.

1 Juego de tubos de PVC
1 Flexómetro
1 Vernier
1 Cinta métrica

Fundamento Teórico

Los experimentos nos permiten repetir fenómenos observados en la naturaleza de manera controlada. Las condiciones que se pueden establecer en el laboratorio nos permiten obtener un estudio detallado del fenómeno, aunque el propósito para hacer un experimento puede ser de diversa índole, en el laboratorio de física la mayoría de los experimentos nos ayudan a establecer una relación entre dos o más cantidades físicas (cada cantidad física está asociada a una variable).

La manera en la que se establece la relación entre las variables involucradas consiste en una presentación gráfica de los resultados experimentales. La gráfica nos presenta un panorama más amplio de la forma en que una de las variables depende de la otra, obtener la gráfica del comportamiento de nuestro fenómeno nos indica la presencia de errores en las mediciones, nos proporciona valores intermedios para diferentes lecturas y nos permite con ayuda de la "forma geométrica" de la gráfica escribir una ecuación matemática para describir el fenómeno.

Existen diferentes tipos de curvas (forma geométrica de la gráfica), en esta práctica utilizaremos la línea recta que nos permite describir un comportamiento lineal entre las variables.

$$Y = mX + b$$

Donde m es la pendiente de la recta y b es la ordenada al origen. Para obtener la gráfica de los datos experimentales empleamos un sistema de coordenadas cartesianas, en cada eje colocamos una cantidad física. La variable independiente será siempre la abscisa (eje horizontal "*x*") y la variable dependiente es la ordenada (eje vertical "*y*"). Para obtener la ecuación empírica del fenómeno se traza la línea que mejor se adapte a los puntos en el plano de coordenadas. Para obtener la relación que mejor se adapte a los datos experimentales existen diferentes métodos, en esta práctica utilizaremos la relación aproximada (ajuste a ojo) y el método de mínimos cuadrados, será desarrollado en una práctica posterior. El método de relación aproximada consiste en trazar a simple vista una recta que sea el promedio de todas las posibles, procurando que pase por el mayor número de puntos experimentales y que los puntos que no están sobre ella queden igualmente distribuidos como se muestra en la figura 1. De la misma manera que agregamos incertidumbres a las mediciones que se realizan en el laboratorio debemos considerar la posibilidad de que la recta que dibujamos no sea la que represente más adecuadamente al experimento, por lo tanto, debemos asociar una incertidumbre a los parámetros que definen la recta, de esta manera podemos garantizar un intervalo de confianza que asegure que la recta de mejor ajuste está incluida.

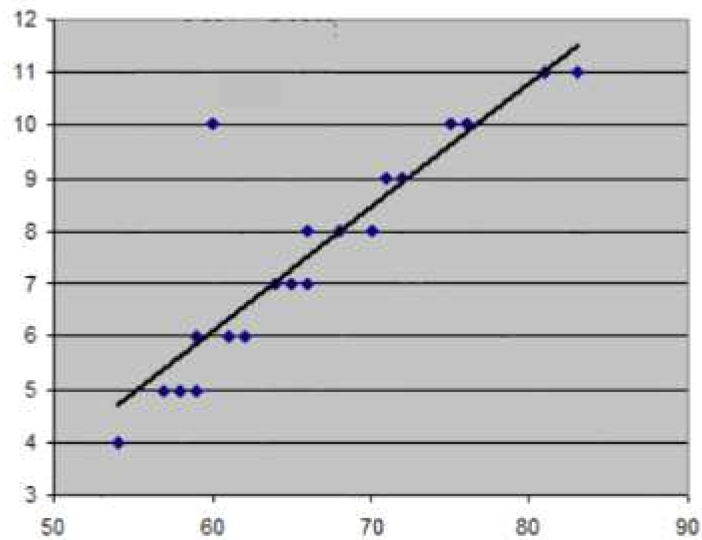


Figura 1. Ajuste de puntos con una línea promedio.

Para asignar las correspondientes incertidumbres a la pendiente y a la ordenada se trazan dos líneas auxiliares (en el punto experimental mínimo y máximo) para definir una banda por la cual puedan pasar todas las rectas posibles como se muestra en la figura 2, las líneas auxiliares se trazan a partir de los puntos experimentales extremos, trazando una recta de pendiente máxima y otra de pendiente mínima como se muestra en la figura 2 para generar nuestro intervalo de confianza para la pendiente. De esta manera la incertidumbre de la pendiente, está dada por la siguiente ecuación:

$$\Delta m = max\begin{Bmatrix} |m_{max} - m| \\ |m_{min} - m| \end{Bmatrix}$$

Donde *max* significa que debe tomarse de las dos cantidades, la de mayor magnitud. La pendiente del ajuste se escribe ya con su incertidumbre como:

$$m \pm \Delta m$$

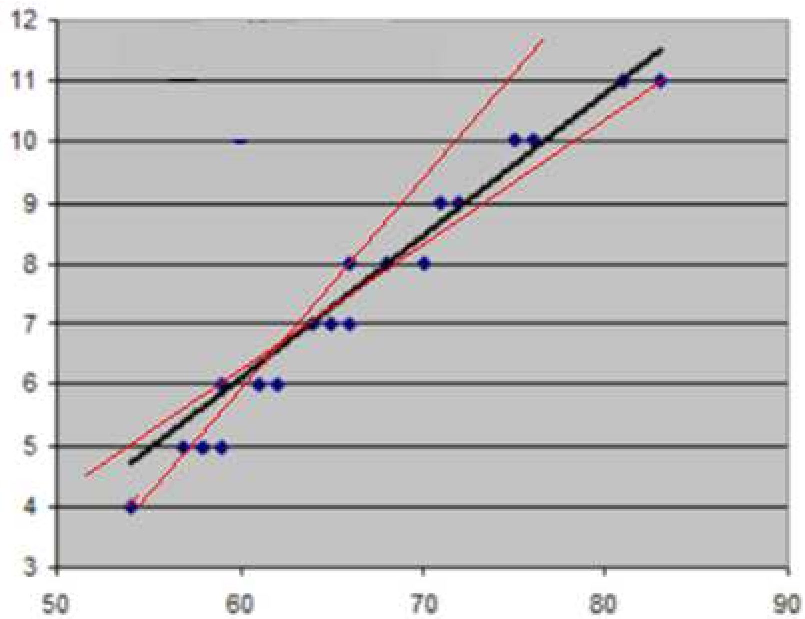


Figura 2. Intervalo de confianza para la recta más probable.

La incertidumbre en la ordenada al origen está dada de la misma manera por:

$$\Delta b = max \begin{Bmatrix} |b_{max} - b| \\ |b_{min} - b| \end{Bmatrix}$$

Por lo que podemos, escribir ahora la ecuación total que representa la recta con sus incertidumbres como:

$$Y = (m \pm \Delta m)X + (b \pm \Delta b)$$

Está ecuación es el resultado del ajuste a ojo con su error asociado y nos permite establecer la relación entre dos cantidades que se relacionan linealmente.

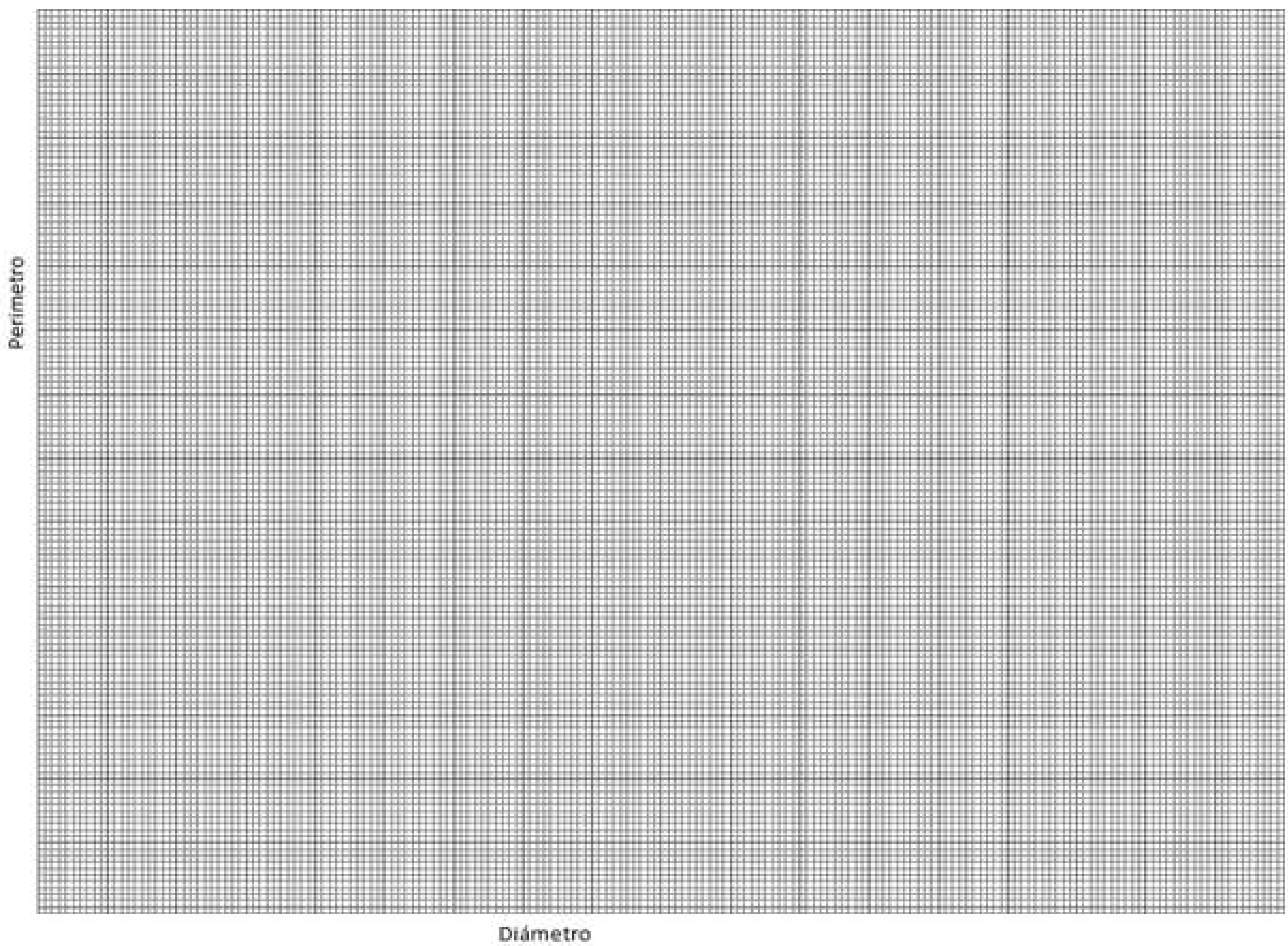
Actividades

Medir el perímetro (*p*) y el diámetro (*d*) de cada uno de los tubos.

Tubo	Diámetro *(d)* *cm*	Perímetro *(p)* *cm*
A_1		
A_2		
A_3		
A_4		
A_5		
A_6		
A_7		
A_8		
A_9		
A_{10}		
A_{11}		
A_{12}		

Sección de Análisis:

1. A partir de la tabla obtenida traza la gráfica de la relación *p* vs *d* en papel milimétrico, en esta notación la variable que se lista en segundo lugar es la independiente, es decir el eje horizontal corresponde al diámetro. Recuerda poner una escala adecuada para tus medidas.



2. Traza una recta que pase por la mayoría de puntos y que los que no queden sobre la recta queden igualmente distribuidos sobre y bajo la recta. Traza un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa sea pare de la recta de ajuste. Para esta recta calcula el valor de la pendiente. Eligiendo un par de puntos sobre la misma.
($m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$), también obtén el valor de la ordenada en el origen *(b)*. Escribe la ecuación empírica del ajuste a ojo sin su incertidumbre.

$$(p = md + b)$$

P=

3. Obtén la ecuación que relaciona ambas variables ahora con sus incertidumbres. Auxíliate trazando una recta de pendiente máxima y otra de pendiente mínima.

$$p = (m \pm \Delta m)d + (b \pm \Delta b)$$

____

4. ¿Existe alguna interpretación física para la constante de proporcionalidad (o sea la pendiente)? ____________ ¿Cuál es? ____

____

5. Con aprendido en la práctica 1 responde ¿Cuál es la incertidumbre porcentual con que se determinó la constante de proporcionalidad (pendiente) $\frac{\Delta m}{m} \times 100\%$?

____

6. Comprueba la efectividad de la ecuación obtenida, evaluando los valores de los perímetros para los diámetros de los todos aros y compáralos con los valores medidos.

Tubo	Diámetro medido	Perímetro medido	Perímetro estimado con la ecuación obtenida *(p=md+b)*
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

8			
9			
10			
11			
12			

7. Escribe tus conclusiones acerca del uso del método de ajuste a ojo para encontrar una relación lineal entre variables.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

Práctica 5: Relaciones Lineales, Ajuste por Mínimos Cuadrados

Nombre: ____

Fecha de realización: ______________________ Grupo: ____________ Calificación: ____________

Objetivo: Establecer una relación empírica para el diámetro y el perímetro de los aros a partir de la gráfica de las mediciones directas en los aros utilizando un ajuste de mínimos cuadrados.

Material.

1 Juego de tubos de PVC
1 Flexómetro
1 Vernier
1 Cinta métrica

Fundamento Teórico

Como observamos el ajuste a ojo es sencillo, pero puede resultar muy poco preciso ya que cada persona trazará un ajuste diferente, y dependerá totalmente de la habilidad para trazar la recta que ajuste mejor. Para realizar un ajuste que no dependa de la percepción de la persona que lo realiza se utiliza el método de mínimos cuadrados. El ajuste por mínimos cuadrados tiene como principio el siguiente axioma:

El valor más probable de una cantidad medida y observada es tal que, la suma de los cuadrados de las desviaciones de las medidas respecto a la media sea mínima. En este criterio se asume que, para las variables experimentales medidas, se cumple que:

$$i)\Delta x \to 0 \quad \text{y} \quad ii)\Delta y_1 = \Delta y_2 = \Delta y_3 = \cdots = \Delta y_n. \qquad (1)$$

La desviación está dada por $\delta y_i = y_i - Y$, y nuestro principio queda como:

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{Y})^2. \qquad (2)$$

Si la gráfica de la curva que mejor se aproxima a los puntos experimentales es una recta como la que se muestra en la figura 1 y el objetivo es determinar la ecuación de la recta $Y = mX + b$ más probable que atraviese los puntos experimentales utilizando la aproximación de mínimos cuadrados. El método de mínimos cuadrados nos servirá para calcular la incertidumbre de $m\ y\ b$ de la recta.

La desviación del i-ésimo punto respecto de la recta más probable es:

$$\delta y_i = y_i - (mx_i + b) \qquad (3)$$

Con ayuda de la ecuación 2 tenemos que, la suma de todas esas desviaciones al cuadrado es:

$$\sum_{i=1}^{n} (\delta y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (mx_i + b)]^2 \qquad (4)$$

La cual nunca es negativa y sería cero solo si cada $\delta y_i = 0$. La mejor recta es la que haga que $\sum_{i=1}^{n} (\delta y_i)^2$ sea un mínimo absoluto, el tratamiento que debemos utilizar en este caso es el de considerar a la parte derecha de la ecuación 4 como una función de dos variables y aplicar máximos y mínimos para una función de dos variables.

$$\begin{aligned} f(m,b) &= \sum_{i=1}^{n} [y_i - (mx_i + b)]^2 \\ &= [y_1 - (mx_1 + b)]^2 + [y_2 - (mx_2 + b)]^2 + \cdots + [y_n - (mx_n + b)]^2 \qquad (5) \end{aligned}$$

Esta función es de dos variables, al tomar este curso seguramente no cuentas con las herramientas necesarias para obtener los puntos críticos y el mínimo absoluto de esta función. Después de derivar parcialmente y de aplicar álgebra para simplificar los resultados se obtiene un sistema de ecuaciones que al resolverlo nos proporciona la manera de calcular la pendiente y la ordenada al origen de la recta que estamos buscando a través de las siguientes expresiones:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2} \qquad (6)$$

$$b = \frac{\sum x_i{}^2 \sum y - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2} \qquad (7)$$

Y la incertidumbre asociada a estas cantidades está dada por:

$$\Delta m = S_y \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2}} \qquad (8)$$

$$\Delta b = S_y \sqrt{\frac{\sum x_i{}^2}{n \sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2}} \qquad (9)$$

Donde $$s_y = \sqrt{\frac{\sum (\delta y_i)^2}{n-2}} \qquad (10)$$

y por lo tanto la ecuación de la mejor recta es:

$$Y = (m \pm \Delta m)X + (b \pm \Delta b) \qquad (11)$$

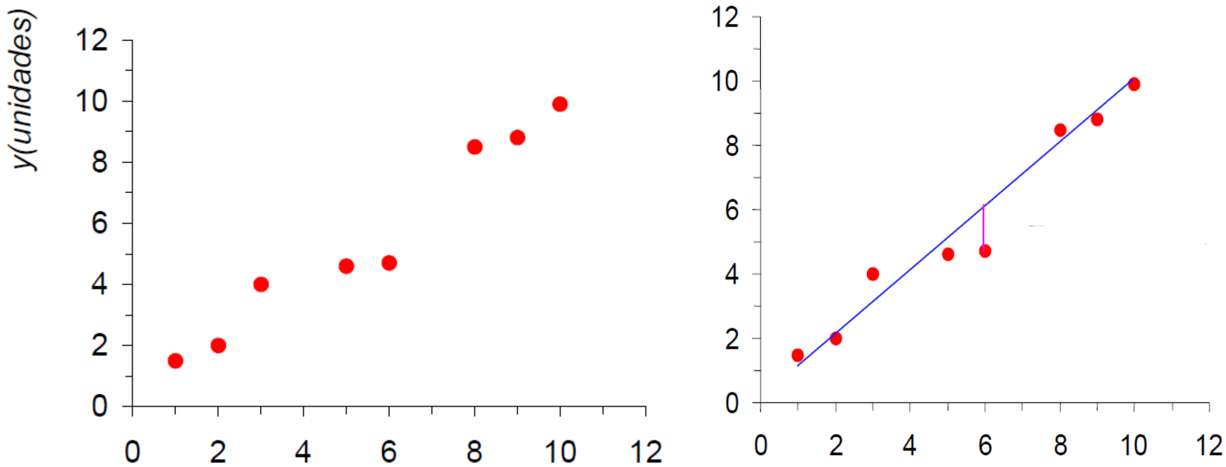
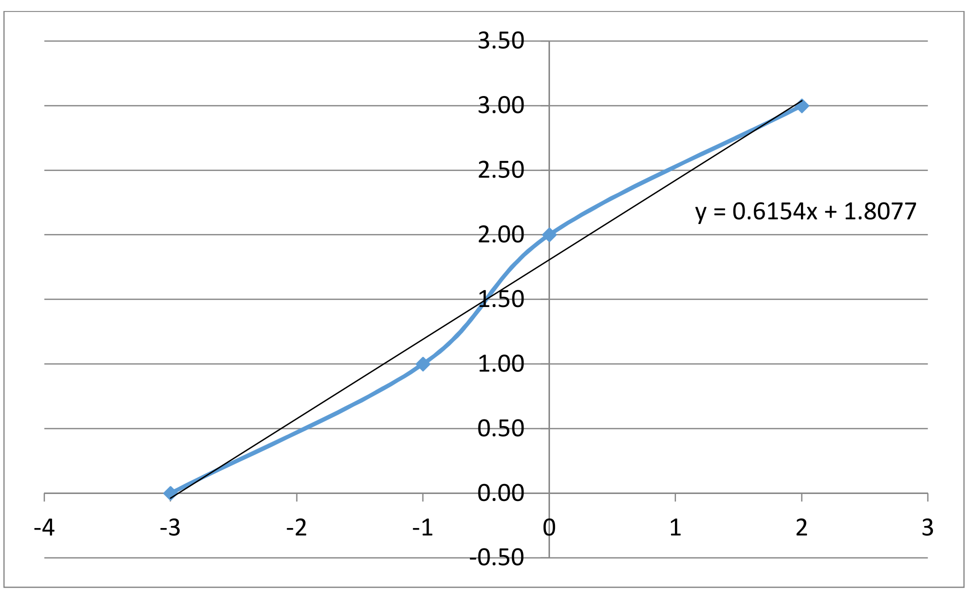


Figura 1. Colección de datos y su recta de ajuste.

Para que el método quede más claro a continuación se muestra un ejemplo para localizar los valores de la pendiente y la ordenada al origen de un conjunto de datos dado, a partir de los siguientes pares ordenados (-3,0), (-1,1), (0,2), (2,3), cuya grafica se muestra a continuación, la ecuación ha sido obtenida con la hoja de cálculo de Excel, y se muestra solo para fines comparativos.



La siguiente tabla muestra los cálculos necesarios para hallar la recta de ajuste por mínimos cuadrados.

x_i	y_i	x_iy_i	${x_i}^2$
-3	0	0	9
-1	1	-1	1
0	2	0	0
2	3	6	4
$\sum_{i=1}^{4} x_i = -2$	$\sum_{i=1}^{4} y_i = 6$	$\sum_{i=1}^{4} x_iy_i = 5$	$\sum_{i=1}^{4} {x_i}^2 = 14$

Y con ayuda de estos valores podemos sustituir en las ecuaciones 6, 7 y así obtener las incertidumbres de la recta más probable que tiene este ejemplo.

$$m = \frac{4(5) - (-2)(6)}{4(14) - (-2)^2} = \frac{32}{52} = \frac{8}{13} = 0.6153 \qquad b = \frac{14(6) - (-2)(5)}{4(14) - (-2)^2} = \frac{94}{52} = \frac{47}{26} = 1.80769$$

Una vez que se tiene la recta de ajuste procedemos a calcular las desviaciones de cada punto, con respecto al estimado mediante la ecuación de ajuste

x_i	Y_i	$\delta y_i = y_i - Y_i$	$(\delta y_i)^2$
-3	-0.0384	0.0384	0.0014
-1	1.1923	-0.1923	0.036981
0	1.8076	0.1924	0.037
2	3.0384	-0.0384	0.0014
			$\sum_{i=1}^{4} (\delta y_i)^2 = 0.076922$

$$\boldsymbol{S_{y=}\sqrt{\frac{0.076922}{2}} = 0.19611}$$

$$\Delta m = s_y\sqrt{\frac{4}{4(14)-(-2)^2}} = 0.054392 \qquad \Delta b = s_y\sqrt{\frac{14}{4(14)-(-2)^2}} = 0.101758$$

Por lo tanto, la recta de ajuste es

$$Y = (0.6153 \pm 0.05392)X + (1.8076 \pm 0.1017584)$$

Sección de Análisis:

1. Con las mediciones realizadas en la práctica anterior calcula por el método de mínimos cuadrados el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen, obtén su grafica en una hoja de papel milimétrico.($p = md + b$)

	x_i Diámetro	y_i Perímetro	$x_i\, y_i$	${x_i}^2$
A1				
A2				
A3				
A4				
A5				
A6				
A7				
A8				
A9				
A10				
A11				
A12				
Sumatorias	$\sum x_i =$	$\sum y_i =$	$\sum x_i y_i =$	$\sum {x_i}^2 =$

$$m = \frac{(\qquad)\ (\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)\ (\qquad\qquad)}{(\qquad)(\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)^2} = \frac{\qquad}{\qquad} =$$

$$b = \frac{(\qquad)(\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)\ (\qquad\qquad)}{(\qquad)(\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)^2} = \frac{\qquad}{\qquad} =$$

2. Obtén Las incertidumbres para *m* y *b* $(\Delta m \text{ y } \Delta b)$ completa la tabla, usa *m* y *b* calculadas previamente.

	x_i Diámetro Medido	y_i Perímetro Medido	Y_i Perímetro Estimado $Y_i = mx_i + b$	Diferencia $\delta y_i = y_i - Y_i$	$(\delta y_i)^2$
A1					
A2					
A3					
A4					
A5					
A6					
A7					
A8					
A9					
A10					
A11					
A12					
					$\sum_{i=1}^{4} (\delta y_i)^2 =$

$$\boldsymbol{S_y} = \sqrt{\frac{\sum(\delta y_i)^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{(\qquad\qquad)}{12-2}} =$$

$$\Delta\boldsymbol{m} = S_y\sqrt{\frac{n}{n\sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2}} =$$

$$\Delta\boldsymbol{b} = S_y\sqrt{\frac{\sum x_i{}^2}{n\sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2}} =$$

Escribe la ecuación de la recta que describe esta relación lineal con sus respectivas incertidumbres.

$$p = (m \pm \Delta m)d + (b \pm \Delta b)$$

____

3. Valida la ecuación calculando el perímetro correspondiente a los distintos diámetros y compara con los datos obtenidos en la medición, tal como en la práctica anterior.

Aro	Diámetro medido (cm)	Perímetro medido (cm)	Perímetro estimado con la ecuación obtenida (*p=md+b*)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

11			
12			

4. Escribe tus conclusiones acerca del método de mínimos cuadrados para encontrar la relación entre variables cuando esta es lineal.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

Práctica 6: Relaciones Potenciales, Caída Libre de los Cuerpos

Nombre: ____

Fecha de realización: _______________________ **Grupo:** ______________ **Calificación:** ____________

Objetivo: Interpretar la gráfica no lineal obtenida a partir de datos experimentales y mediante el uso de procedimientos de linealización obtener la relación empírica del fenómeno en estudio. **Nota: Se recomienda consultar previamente el apéndice 2.**

Material.

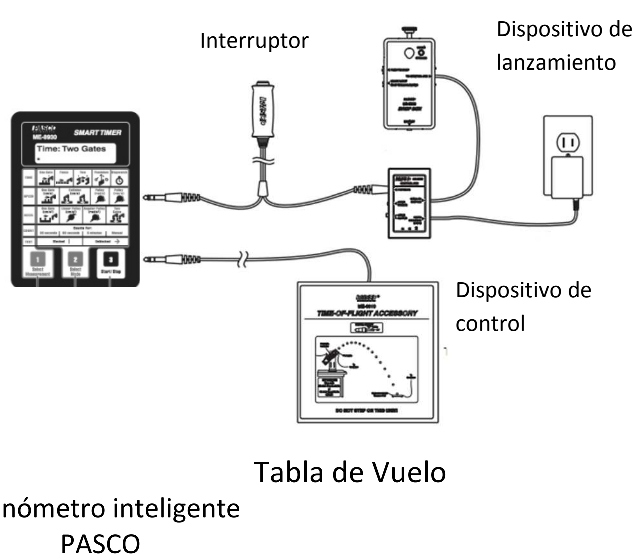
1 Equipo de soporte para caída libre
1 Cronómetro electrónico PASCO
1 Regla graduada o cinta métrica

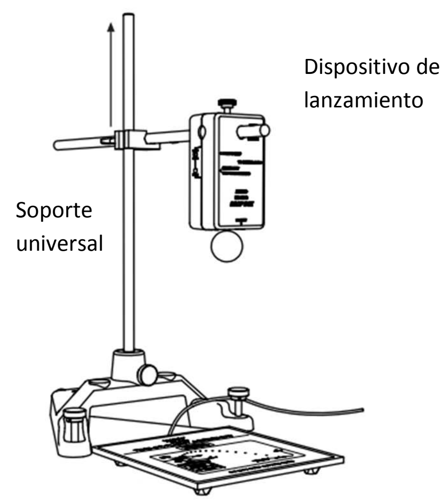
Fundamento Teórico.

Si un objeto se deja caer desde una cierta altura, este se moverá con aceleración debida a la gravedad, de manera tal que cuando se grafica la relación altura contra tiempo, la gráfica obtenida no es una línea recta.

Actividades.

Coloca el soporte universal, la tabla de vuelo y el cronometro tal como se muestra.





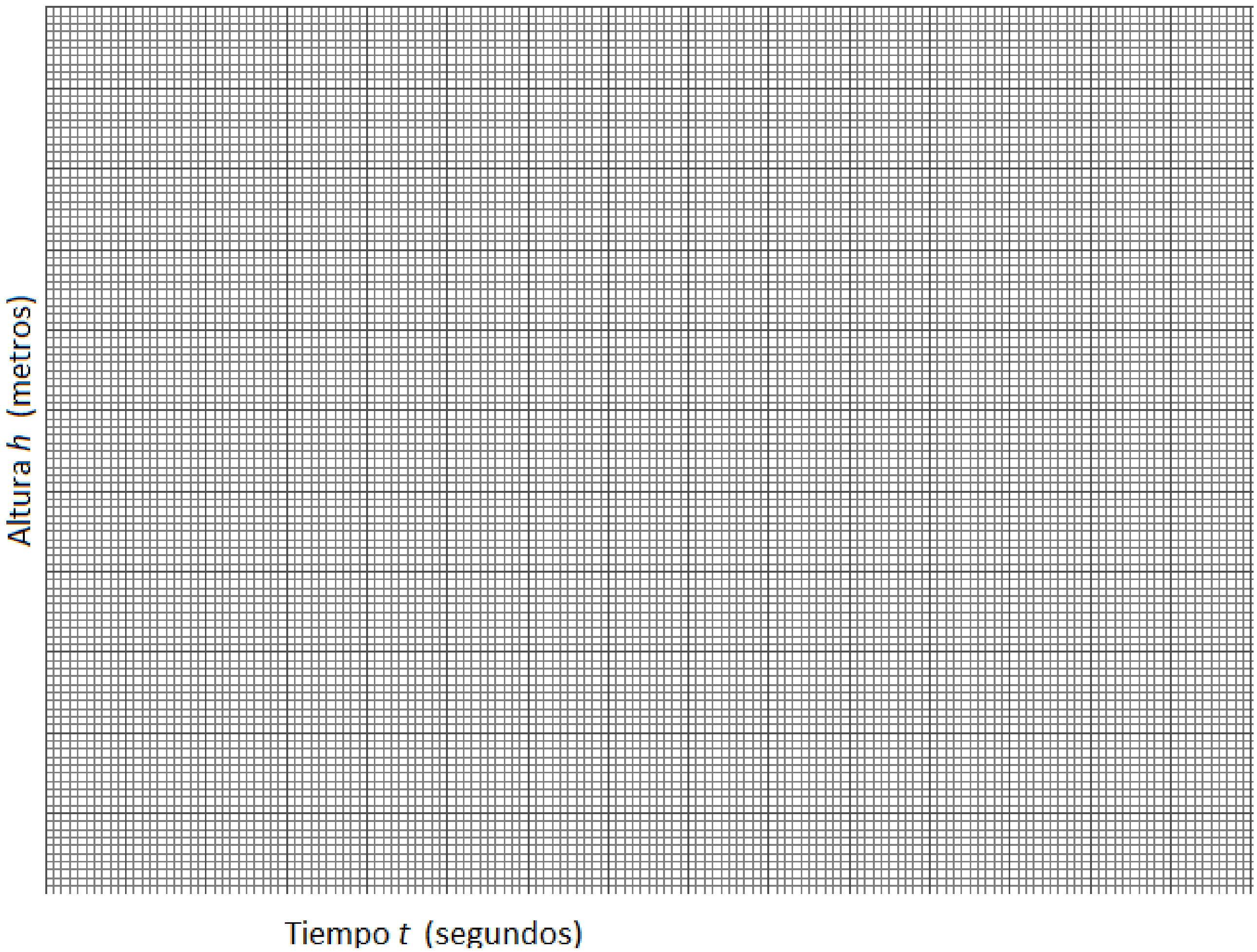
Medir el tiempo que tarda en caer un objeto en caída libre una cierta altura *H*, repetir esto para varias alturas.

1. Tabular los resultados de las mediciones, llenar las siguientes columnas

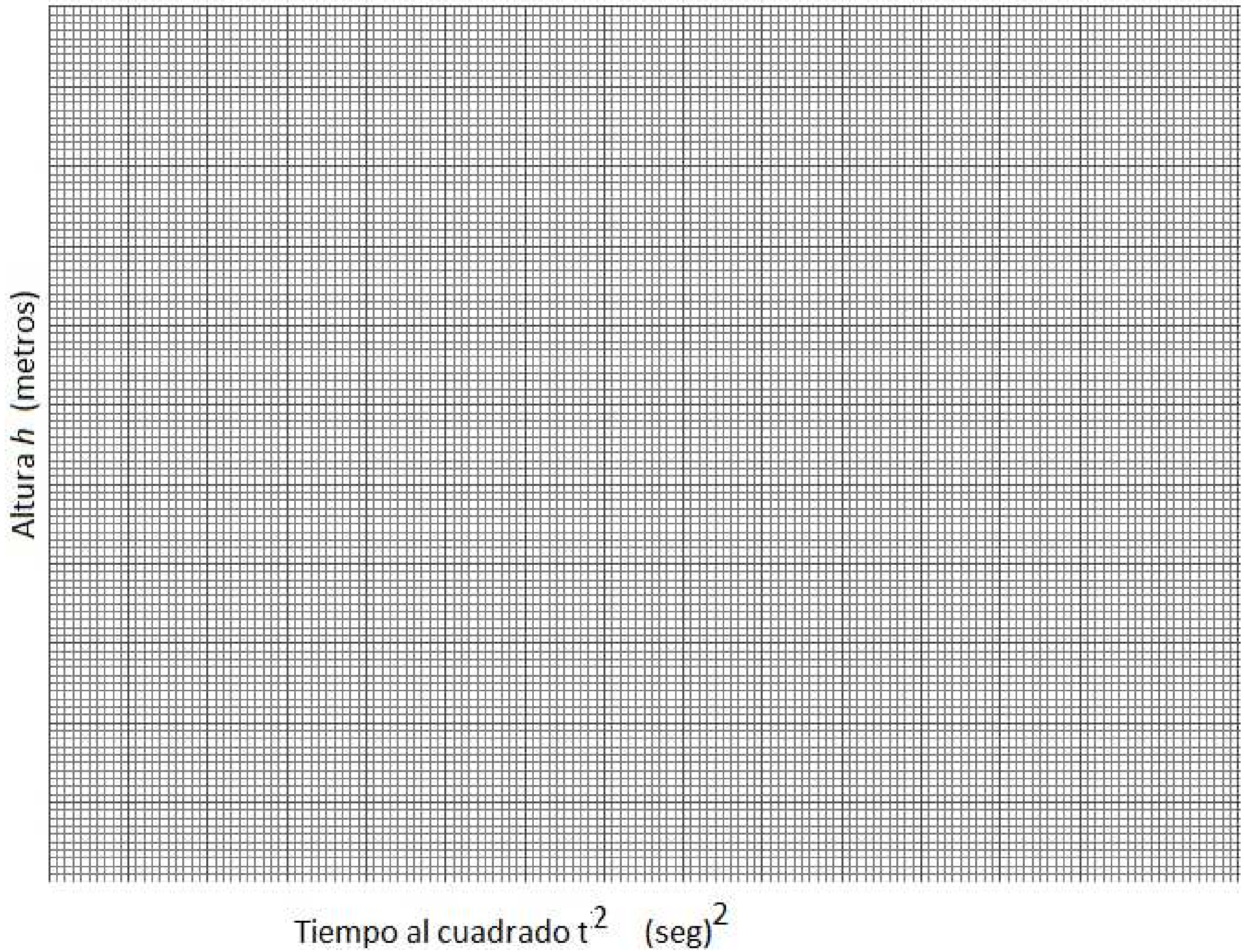
h (m)	t_1 (s)	t_2(s)	t_3(s)	t_{prom}	$(t_{prom})^2$	Log(h)	Log(t_{prom})
0.03							
0.05							
0.10							
0.15							
0.20							
0.25							
0.30							
0.35							
0.40							
0.45							
0.50							
0.55							
0.60							
0.65							

2. Haz una gráfica para las siguientes tabulaciones

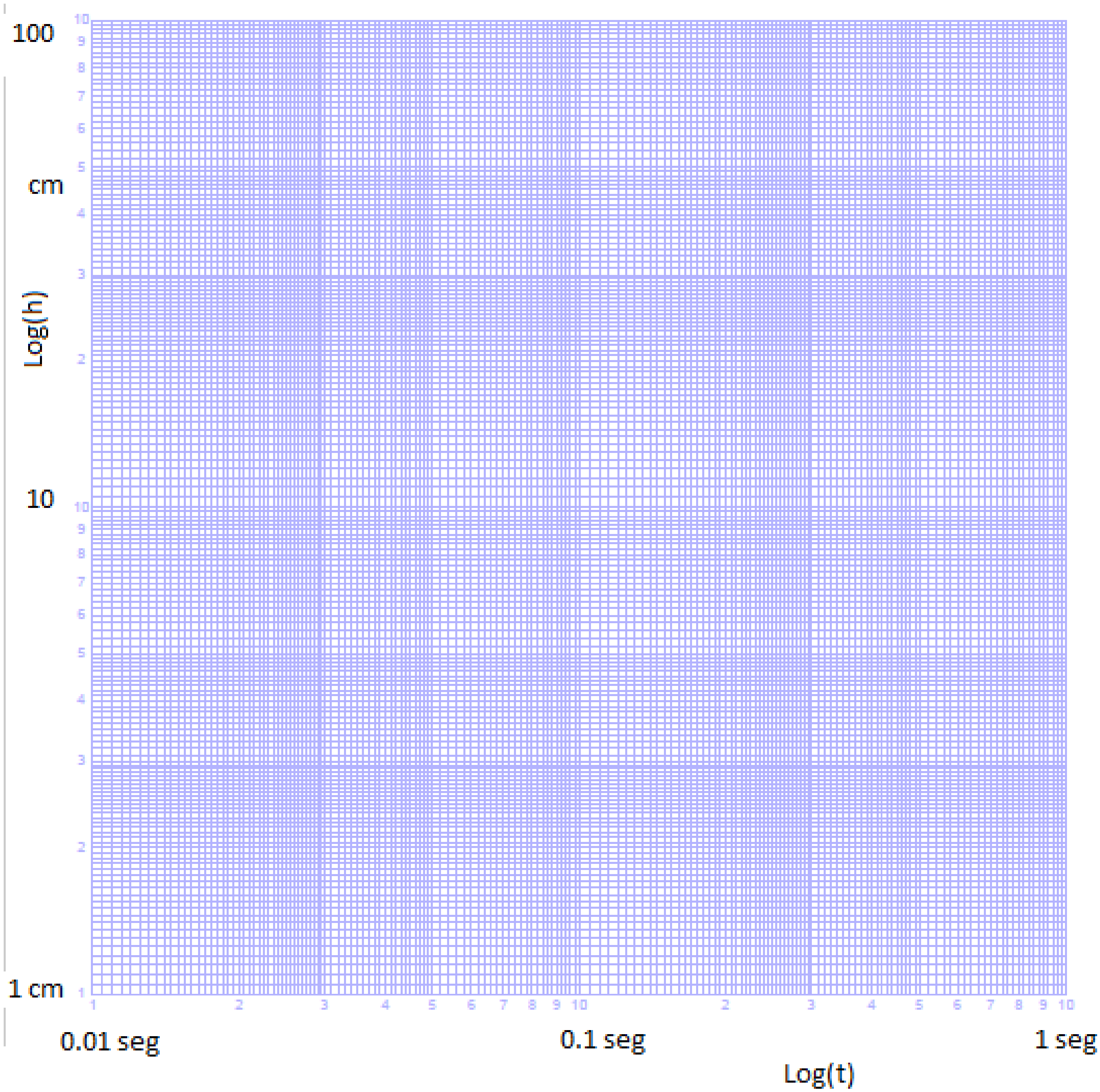
a) H vs t_{prom} en papel milimétrico (H es la variable dependiente)



b) H vs $(t_{prom})^2$ en papel milimétrico



c) Log(h) vs Log(t_{prom}))



2. De las gráficas obtenidas en el punto anterior elegir la que cumpla con lo establecido en el ajuste por mínimos cuadrados, es decir la que más se asemeje a una línea recta. Encontrar la ecuación empírica que relaciona a *H* con *t* a partir de la gráfica linealizada, a la cual es posible aplicarle el método de mínimos cuadrados, recuerda que n, es el número de datos.

x_i Variable independiente	y_i Variable dependiente	$x_i\,y_i$	${x_i}^2$
$\sum x_i =$	$\sum y_i =$	$\sum x_i y_i =$	$\sum {x_i}^2 =$

$$m = \frac{(\qquad)\ (\qquad\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)\ (\qquad\qquad)}{(\qquad\quad)(\qquad\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)^2} = \underline{\qquad\qquad} =$$

$$b = \frac{(\qquad\quad)(\qquad\qquad\quad) - (\qquad\qquad\quad)\ (\qquad\quad)}{(\qquad\quad)(\qquad\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)^2} = \underline{\qquad\qquad} =$$

3. Finalmente obtener una relación para la altura en función del tiempo, $h = f(t)$. Es decir, regresar a las variables originales, en su caso. Incluye todos los pasos necesarios para

obtener esta ecuación.

4. Prueba la ecuación, evaluando las alturas para los tiempos medidos experimentalmente, es decir, compara la altura experimental, con la altura teórica calculada por la ecuación de ajuste.

Tiempo medido	Altura experimental	Altura estimada con la ecuación obtenida en el punto 3

Sección de Análisis

1. ¿Se trata de un fenómeno en el que las variables se relacionan linealmente, si o no y por qué?

____

____

____

____

2. Realiza un procedimiento para calcular el valor de la aceleración con la que el objeto realiza el movimiento.

3. En la gráfica *H vs T* traza y calcula las pendientes entre cada uno de los intervalos, es decir $\frac{\Delta h_1}{\Delta t} = \frac{h_2 - h_1}{t_2 - t_1}, \frac{\Delta h_2}{\Delta t} = \frac{h_3 - h_2}{t_3 - t_2}, etc.$. ¿Que representa cada uno de estos cocientes y su variación?

____

____

____

____

4. ¿Qué significado físico tiene la variación del valor de la pendiente?

____

____

___

___

5. Escribe tus conclusiones acerca de esta práctica

___

___

___

___

___

___

___

___

___

___

___

___

Práctica 7: Relaciones Potenciales, Diámetro y Masa en una Esfera Metálica

Nombre: ____

Fecha de realización: _______________________ Grupo: ______________ Calificación: ____________

Objetivo: Obtener la gráfica experimental para la relación entre la masa y el diámetro en esferas sólidas de acero y mediante un proceso de linealización encontrar la relación empírica entre las variables involucradas.

Material.

Balines de diferentes tamaños
1 Vernier
1 Báscula digital o analógica

Fundamento Teórico.

En ocasiones una cantidad depende de otra, a través de una variable intermedia, es decir con una relación compuesta. la **densidad** (símbolo ρ -rho-) es una magnitud escalar referida a la cantidad de masa contenida en un determinado volumen de una sustancia. La **densidad media** es la razón entre la masa de un cuerpo y el volumen que ocupa.$\rho = \frac{m}{V}$. Por otro lado, el volumen en una esfera está dado por la ecuación $V = \frac{4\pi r^3}{3}$, entonces podemos combinar ambas ecuaciones para obtener la relación entre el diámetro y la masa de una esfera si conocemos el valor de la densidad de la que está hecha.

En esta práctica se involucran las cantidades, masa, volumen, diámetro y densidad en balines de diferentes tamaños.

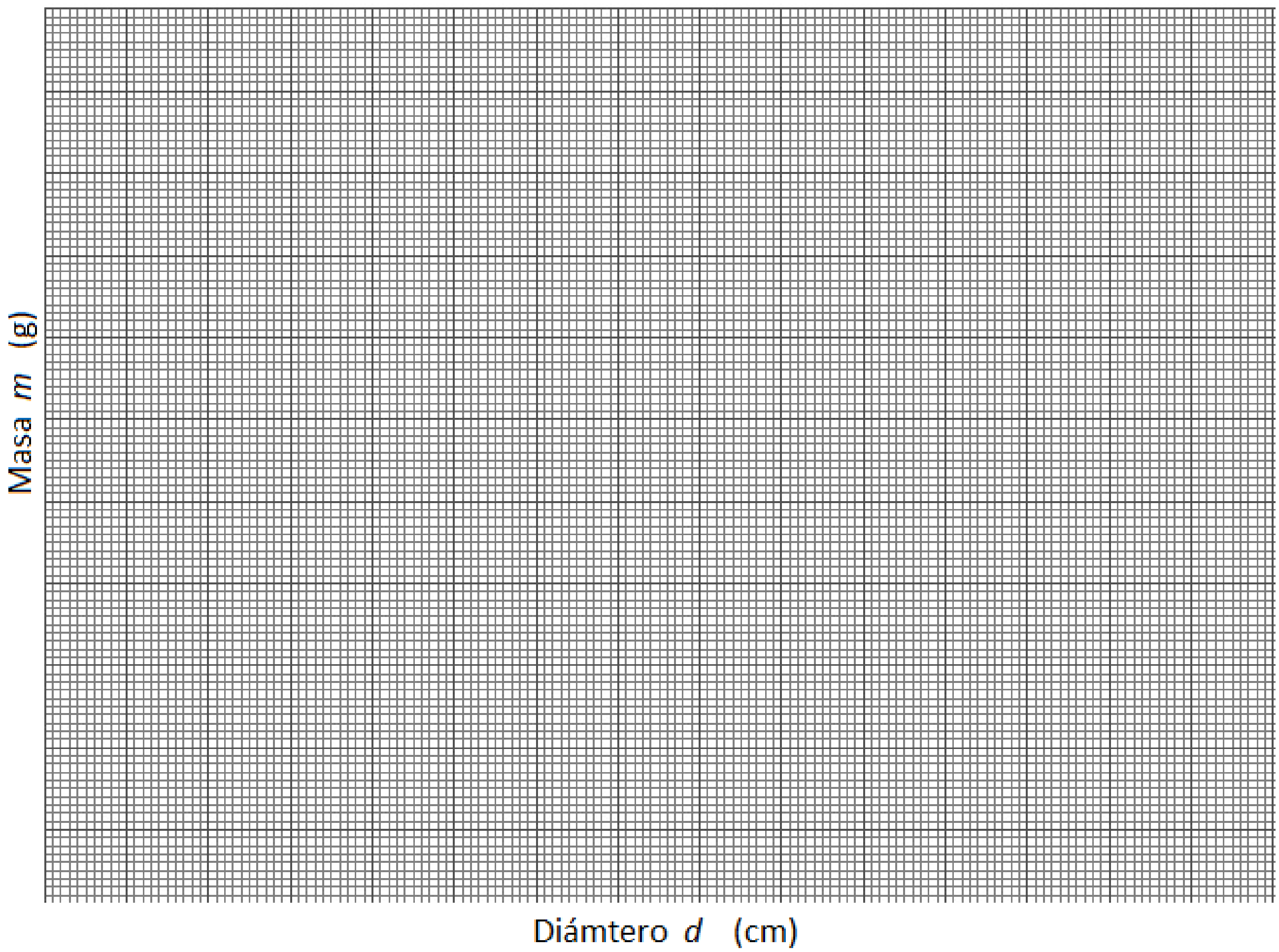
Actividad

Medir el diámetro y la masa de los balines que se te proporcionan. Llenar la siguiente tabla

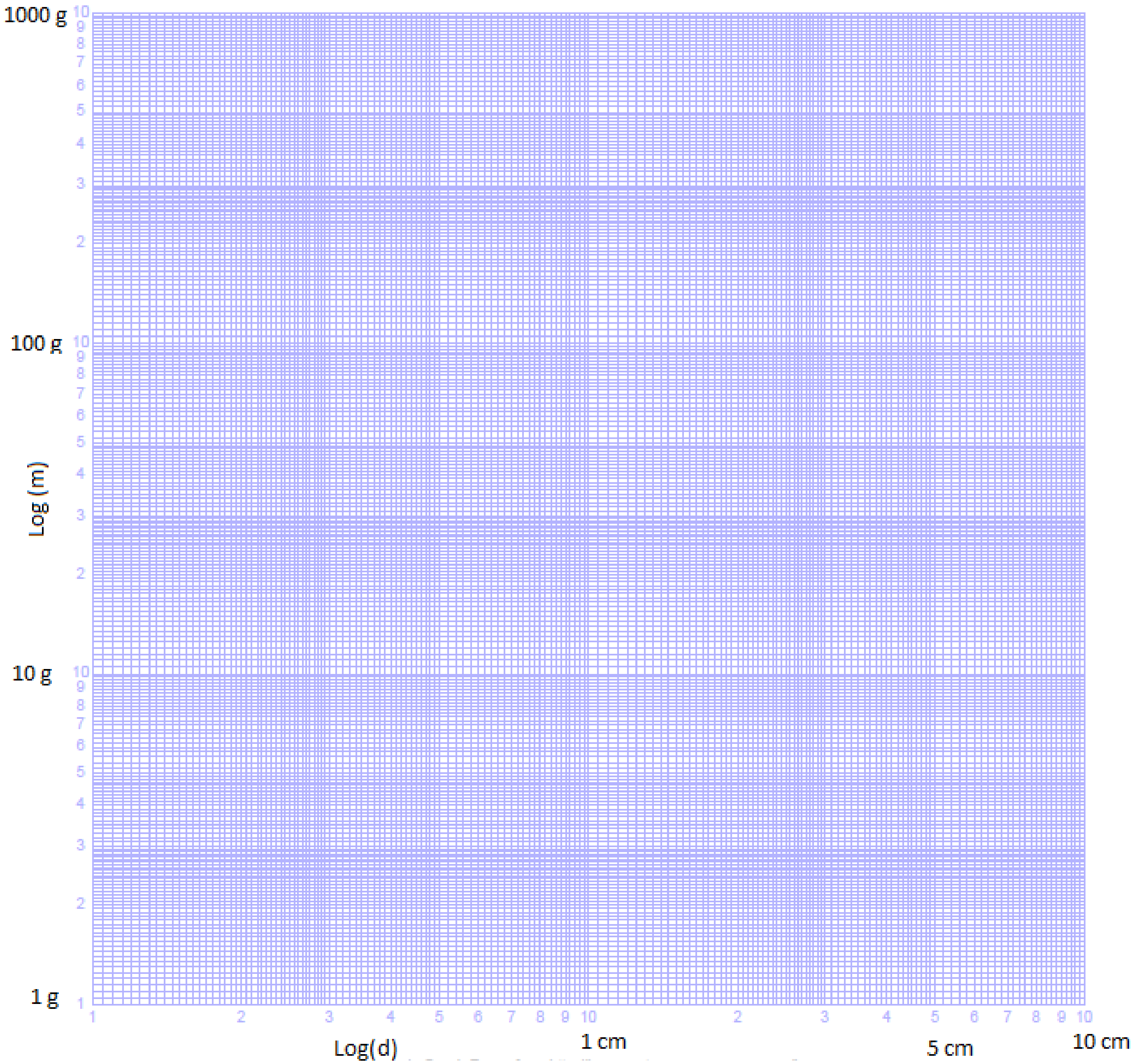
Diámetro *d* (cm)	Masa *M* (g)	Log(*d*)	Log(*M*)

Sección de Análisis:

1. Obtener la gráfica *m vs d* . (Nota: la variable independiente es el diámetro)



2. Ahora obtén la gráfica *m vs v* en haciendo los cambios de variables Log(*m*) vs Log(*d*)



3. ¿Cuál de las gráficas representa una relación lineal?

____

4. Encontrar la ecuación empírica que relaciona a M con D a partir de la gráfica linealizada a la cual es posible aplicarle el método de mínimos cuadrados. Tal y como se hace en el apéndice 2. Debes obtener una ecuación donde la masa dependa del diámetro $M = f(d)$. Es decir, debes regresar a las variables originales, en el caso que hayas hecho cambio(s) de variable(s). Incluye todos los pasos necesarios.

x_i Variable independiente, cambio incluido $x =$ __________	y_i Variable dependiente, cambio incluido $y =$ __________	$x_i\, y_i$	${x_i}^2$
$\sum x_i =$	$\sum y_i =$	$\sum x_i y_i =$	$\sum {x_i}^2 =$

$$m = \frac{(\qquad)\ (\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)\ (\qquad\qquad)}{(\qquad)(\qquad\qquad) - (\qquad)^2} = \underline{\qquad\qquad} =$$

$$b = \frac{(\qquad)(\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)\ (\qquad)}{(\qquad)(\qquad\qquad) - (\qquad)^2} = \underline{\qquad\qquad} =$$

Escribe en el siguiente espacio el proceso para encontrar la ecuación que relaciona a las variables

Ecuación Obtenida: M= ________________________________

5. Contrasta los datos experimentales con lo que se calculan con la ecuación obtenida en el punto anterior.

Diámetro	Masa medida	Masa calculada con la ecuación obtenida

6. Usando la ecuación que obtuviste ¿Qué masa le corresponde a un balín con 10 cm de diámetro?

____

7. ¿Y si tuvieras uno de un metro de diámetro?

____

8. Si cambiamos por balines de cobre, Desarrolla un procedimiento para modificar tu ecuación y te permita calcular las masas de los balines. En la tabla siguiente reporta esos valores.

Ecuación para los balines de cobre: $M_c =$ ________________________________

Diámetro (cm)	Masa de Balín de Acero (g)	Masa de balín de cobre (g)

9. Escribe tus conclusiones acerca de esta práctica.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Práctica 8: Relaciones Exponenciales, Ley de Enfriamiento de Newton

Nombre: ____

Fecha de realización: _____________________ Grupo: ___________ Calificación: ___________

Objetivo: Interpretar la gráfica no lineal obtenida a partir de datos experimentales y mediante el uso de procedimientos de linealización obtener la relación empírica del fenómeno en estudio.

Material.

Recipiente de aluminio
Interfaz Xplorer GLX
2 sensores de temperatura
Recipiente de aluminio
Memoria USB (para almacenar los datos obtenidos)

Fundamento Teórico

Se denomina enfriamiento Newtoniano a aquel proceso de enfriamiento que sigue una ley determinada experimentalmente por Isaac Newton, según la cual la velocidad de enfriamiento de un cuerpo cálido en un ambiente más frío cuya temperatura es T_m, es proporcional a la diferencia entre la temperatura instantánea del cuerpo y del ambiente. El enfriamiento de un cuerpo sigue aproximadamente una ley de decaimiento exponencial.

Para este experimento se utilizará un recipiente con agua caliente (alrededor de 70°), la temperatura estará determinada por la siguiente ecuación

$$Y = B \cdot b^{nx} \tag{0.1}$$

Donde Y es la temperatura del agua,

> B se obtiene al linealizar la ecuación (0.1) y se obtiene en relación a la ordenada al origen de la recta linealizada,
>
> b es la base de la escala logarítmica que se esté usando,
>
> n es la pendiente de la recta que se obtendrá al linealizar la ecuación (0.1),

x es el tiempo medido en minutos.

Al aplicar la función logaritmo en la base correspondiente, se obtiene

$$\log_b(Y) = \log_b(B \cdot b^{nx})$$

De acuerdo a las propiedades de los logaritmos, la ecuación anterior se puede escribir como

$$\log_b(Y) = \log_b(B) + \log_b(b^{nx}) = \log_b(B) + nx \cdot \log_b(b)$$

$$\log_b(Y) = \log_b(B) + nx$$

Haciendo

$$y = \log_b(Y) \quad \text{y} \quad B_0 = \log_b(B)$$

Se tiene que

$$y = nx + B_0 \tag{0.2}$$

La ecuación (0.2) corresponde a una línea recta si se grafica en un sistema de coordenadas donde la escala en el eje ordenado tiene una escala logarítmica en la base correspondiente y la escala en el eje de las abscisas es una escala natural, el papel que tiene dichas escalas recibe el nombre de papel semilogarítmico.

Por lo anterior, se tienen que toda relación exponencial de la forma $Y = Bb^{nx}$ graficada en papel semilogarítmico corresponde a una recta, con ordenada al origen $\log_b B$ y pendiente n.

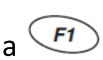
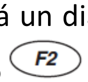
Actividades

1. Crear un nuevo experimento en el Xplorer GLX

a) Presionar  para ir a la Pantalla Principal.

b) Usa las flechas de dirección para seleccionar el icono *Data Files* y presionar .

c) Presionar  para abrir el menú *Files* y posteriormente presionar  para elegir un nuevo archivo.

d) Se mostrará un diálogo preguntando si deseas guardar el archivo anterior, presiona  para guardarlo o  para no guardar.

2. Conectar la primera sonda de temperatura al Xplorer GLX.

a) Conectar un sensor de temperatura al puerto Temperatura 1 del lado izquierdo del GLX.

b) Si existen otros sensores conectados al GLX, retirarlos.

3. Seleccionar el periodo de muestreo a 1 minuto entre muestras.

a) Presionar para ir a la Pantalla Principal.

b) Presionar F4 para abrir la Pantalla de Sensores.

c) Utilizar las teclas de navegación para posicionar el cursor sobre *Sample Rate Unit.* Presionar ✓ y después 2 para seleccionar *minutes*.

d) Posicionar el cursor sobre *Sample Rate.* Presionar ✓ + o − para seleccionar un tiempo de 1 minuto entre muestras.

4. Renombrar la medición.

a) En la Pantalla de Sensores, utilizar las teclas de navegación para posicionar el cursor sobre la medición llamada *Temperature.*

b) Presionar F2 para abrir el cuadro de diálogo *Data Propierties.*

c) Usar las teclas de dirección para posicionar el cursor sobre *Measurement Name* y presionar ✓ para editarlo.

d) Introducir el nombre de la medición como "Temperatura ambiente" y presionar ✓

e) Presionar F1 para guardar los cambios y regresar a la Pantalla de Sensores.

5. Conectar la segunda sonda al GLX

a) Conectar el segundo sensor que medirá la temperatura del agua en el recipiente al Puerto de Temperatura 2 del GLX. Aparecerá un nuevo icono en la parte superior de la Pantalla de Sensores.

6. Seleccionar el periodo de muestreo del segundo sensor y renombrar la medición.

a) Repetir el paso 2 para seleccionar el periodo de muestreo del segundo sensor a 1 minuto entre muestras.

b) Repetir el paso 3 para renombrar la medición del segundo sensor a "Temperatura agua".

7. Inicializar la gráfica para mostrar la temperatura del objeto y la temperatura del ambiente contra el tiempo.

a) Presionar para ir a la Pantalla Principal.

b) Presionar F1 para abrir la Pantalla de Gráfica. La pantalla automáticamente seleccionará la gráfica de "temperatura ambiente" contra tiempo.

c) Presionar F4 para abrir el menú y presionar 4ghi para seleccionar el modo *Two Measurements.* La "temperatura agua" se agregará a la gráfica del lado derecho.

8. Captura de datos

a) Llenar un recipiente de aluminio con agua y cuidadosamente colocar el sensor dos dentro del agua. Utilice cinta para fijarlo al recipiente.

b) Asegúrese que el sensor 1 no haga contacto con la mesa y que permanezca fijo.

c) Presionar ▶ para iniciar la captura de datos.

d) Presionar F1 para auto escalar la gráfica cada vez que considere necesario.

e) Después de que agua ha alcanzado una temperatura de 35-40 °C, presionar ▶ para detener la captura de datos.

9. Exportar los datos a una memoria USB

a) Presionar para ir a la Pantalla Principal.

b) Presionar F2 para ingresar a la tabla de datos del experimento. Presionar F4 y elige Three Columns, presiona nuevamente F4 y selecciona *Show Time*, para que se muestre el tiempo en la tabla.

c) Presiona ✓ para ingresar al encabezado de las columnas, desplázate a la segunda columna con la flecha de dirección derecha y vuelve a presionar ✓, elige Temperatura ambiente. Realiza el mismo procedimiento para agregar la Temperatura del agua en la tercera columna. En la primera columna el tiempo se agregará automáticamente una vez que agregues la segunda columna.

d) Inserta una memoria USB en la ranura del costado derecho de la Xplorer GLX.

e) Presionar F4 para ingresar al menú Tables, desplázate hasta Export All Data, espera a que se envíen los datos a la memoria USB.

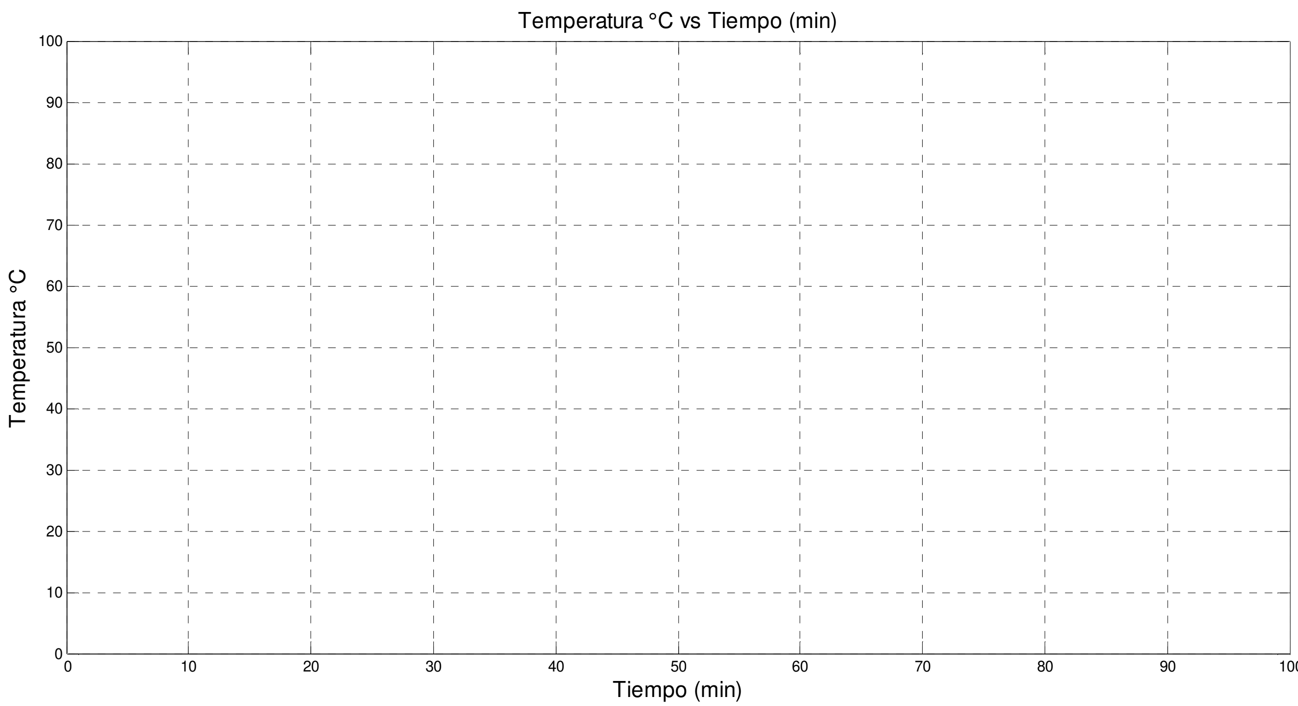
f) Una vez que se han enviado los datos, retira la memoria de la ranura.

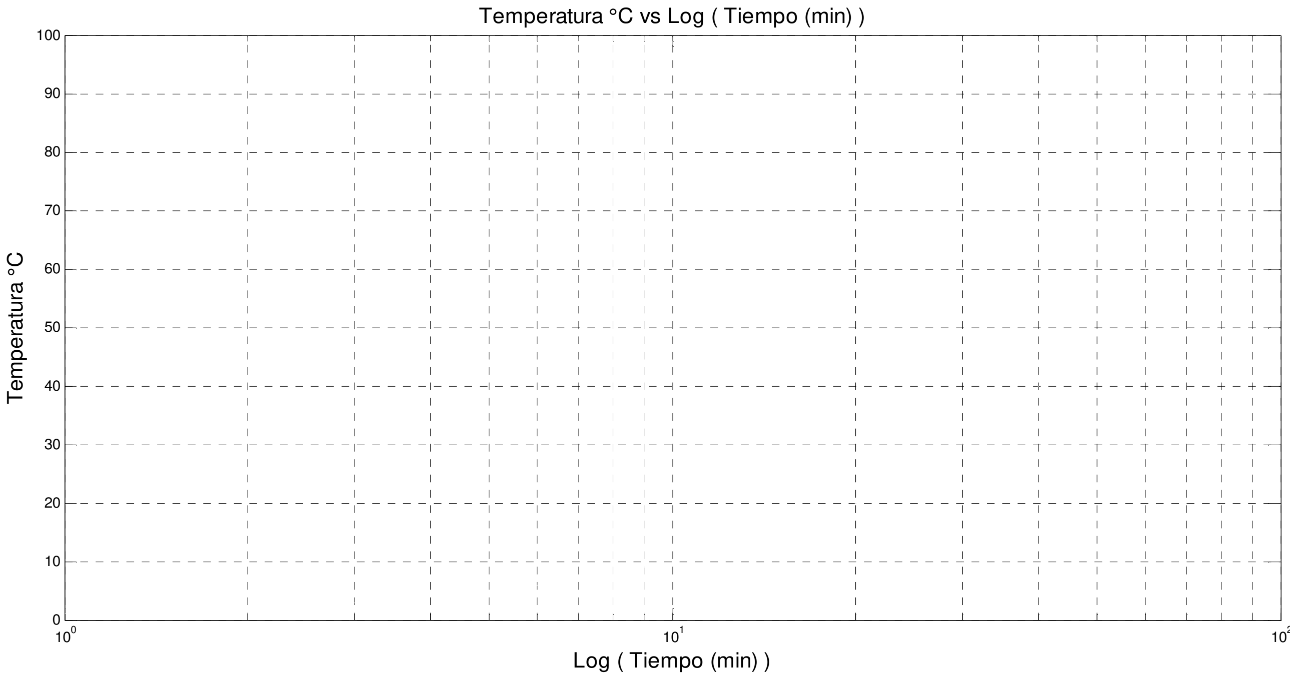
g) Vacía los datos a la siguiente tabla.

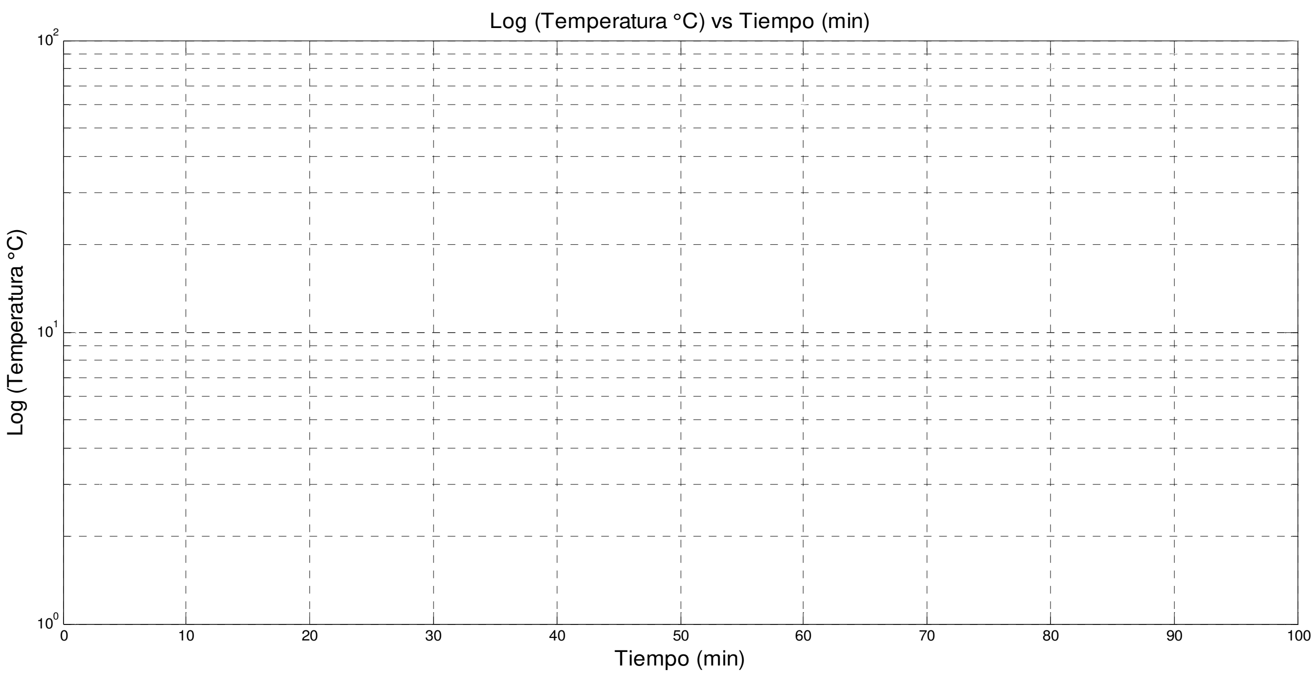
Tiempo minutos	Temperatura °C	Tiempo minutos	Temperatura °C	Tiempo minutos	Temperatura °C
1		16		31	
2		17		32	
3		18		33	
4		19		34	
5		20		35	
6		21		36	
7		22		37	
8		23			
9		24			
10		25			
11		26			
12		27			
13		28			
14		29			
15		30			

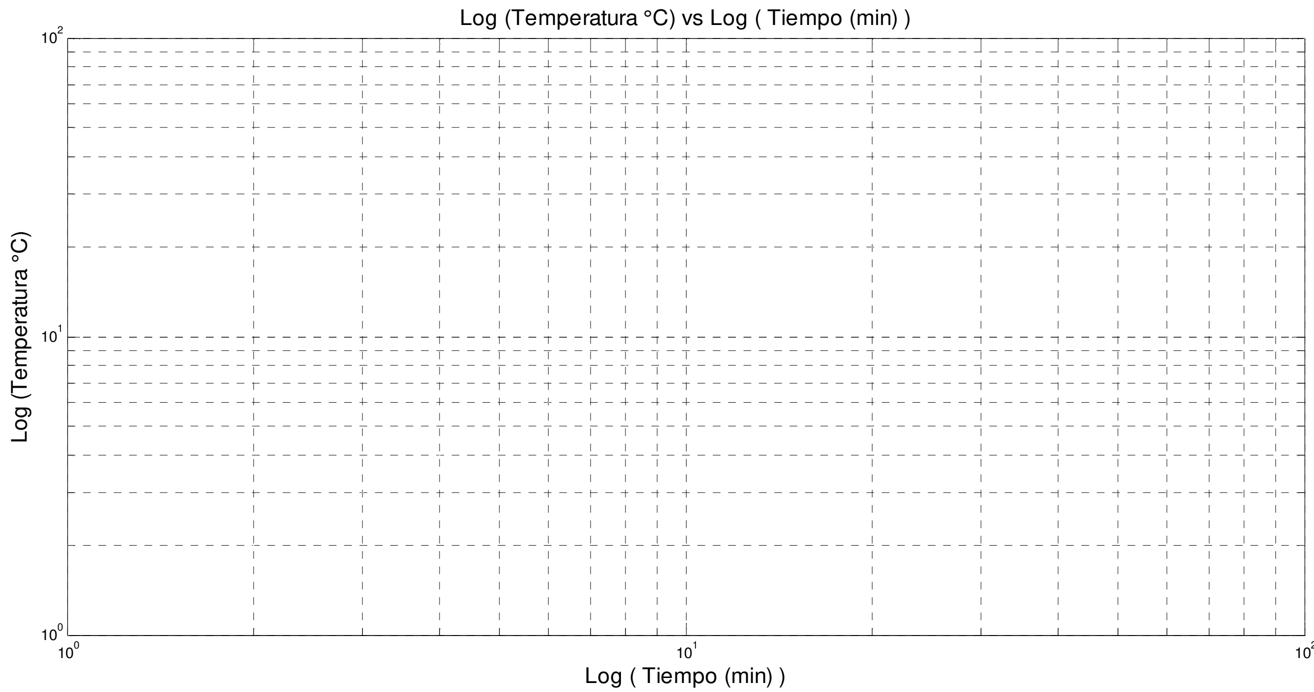
Sección de análisis

Hacer las siguientes gráficas de T (temperatura del agua) vs t (tiempo en minutos).




Temperatura °C vs Log (Tiempo (min))
Temperatura °C
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10^0
10^1
10^2
Log (Tiempo (min))


Log (Temperatura °C) vs Tiempo (min)
Log (Temperatura °C)
10^2
10^1
10^0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Tiempo (min)



1. De las gráficas obtenidas en el punto anterior, elige la que mejor cumpla con lo establecido en el criterio de los mínimos cuadrados, para obtener la ecuación empírica de la gráfica linealizada.

Dato	Variable Independiente X	Variable Dependiente Y	XY	X^2
1				
2				
3				
4				
5				
6				

7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				

29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
Sumatorias				

$$m = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^{2} - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i^{2} \sum y - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^{2} - (\sum x_i)^2}$$

$$m = \frac{(\qquad)\ (\qquad\qquad\qquad)-(\qquad\qquad)\ (\qquad\qquad)}{(\qquad\quad)(\qquad\qquad\qquad)-(\qquad\qquad)^2} = \frac{\qquad\qquad}{} =$$

$$b = \frac{(\qquad\quad)(\qquad\qquad)-(\qquad\qquad\quad)\ (\qquad\quad)}{(\qquad\quad)(\qquad\qquad\qquad)-(\qquad\qquad)^2} = \frac{\qquad\qquad}{} =$$

Ecuación lineal obtenida: ____________________________________

Cambios necesarios para regresar a las variables originales

Ecuación final obtenida: T= ______________________________________

2. Haz una tabla comparativa para las temperaturas medidas y las estimadas con la ecuación que obtuviste.

Tiempo minutos	Temperaturas °C		Tiempo minutos	Temperaturas °C		Tiempo minutos	Temperaturas °C	
	Real	Estimada		Real	Estimada		Real	Estimada
1			16			31		
2			17			32		
3			18			33		
4			19			34		
5			20			35		
6			21			36		
7			22			37		
8			23					
9			24					
10			25					
11			26					
12			27					
13			28					
14			29					
15			30					

3. ¿Cuál sería la temperatura del líquido a los 60, 90 y 120 minutos?

____

4. Escribe tus conclusiones acerca de esta práctica.

____
____
____
____
____

Práctica 9: Movimiento Rectilíneo Uniforme

Nombre: ____

Fecha de realización: ______________________ Grupo: ____________ Calificación: ____________

Objetivo: Estudiar el comportamiento de un cuerpo que se mueve siguiendo una línea recta con velocidad constante. Interpretar la relación de comportamiento entre las variables e interpretar la gráfica obtenida.

Material.

1 Riel de aire PASCO
1 cinta métrica
1 cronómetro electrónico PASCO con dos fotopuertas.
1 Nivel de gota

Fundamento Teórico

El movimiento de una partícula a lo largo de una línea recta es el movimiento más simple que encontramos en la cinemática. En este movimiento colocamos normalmente el eje de las x en coincidencia con la línea que describe el movimiento.

Sabemos que para estudiar la cinemática de un cuerpo en general el desplazamiento es una magnitud vectorial, en el caso del movimiento rectilíneo uniforme tenemos únicamente una de las componentes del vector distintas de cero, la componente en la dirección $\vec{\imath}$. En este experimento podemos considerar el desplazamiento como una magnitud escalar, pero sin olvidarnos de que este desplazamiento está en la dirección del eje x.

Si consideramos que en el instante t_1 una partícula se encuentra en la posición P y en el instante t_2 se mueve a la posición Q, el desplazamiento de la partícula está dado por:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \tag{1}$$

El tiempo que tarda la partícula para desplazarse de una posición a otra se calcula como:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \tag{2}$$

La velocidad media de la partícula se define como la razón de cambio del desplazamiento Δx (que es la distancia total que la partícula recorre) entre el intervalo de tiempo Δt (el tiempo que le toma a la partícula para llegar de una posición a otra).

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \tag{3}$$

Donde x_1 , x_2 es el valor de la abscisa en la posición P y Q respectivamente. La velocidad media es una relación lineal, esto lo podemos ver claramente si reescribimos la ecuación 3 de la siguiente forma

$$x_2 - x_1 = \bar{v}(t_2 - t_1)$$

Ahora, si la partícula parte del reposo ($t_1 = 0$) y colocamos el origen de nuestro sistema de coordenadas en la posición P ($x_1 = 0$) obtendremos la relación lineal que conocemos para la velocidad media

$$x = \bar{v}t$$

Si tomamos el límite cuando $\Delta t \to 0$, podemos definir la velocidad instantánea de la partícula

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Actividad

Con la fuente de aire encendida, coloca el carrito PASCO sobre el riel, de modo que le puedas dar un impulso con la liga. Separa las fotopuertas una cierta distancia y suelta el carro. Realiza 5 veces esta medición, reporta el desplazamiento y tiempo con sus respectivas incertidumbres. Repite para separaciones diferentes de las fotopuertas, dando siempre el mismo impulso con la liga, la primera fotopuerta no debe moverse.

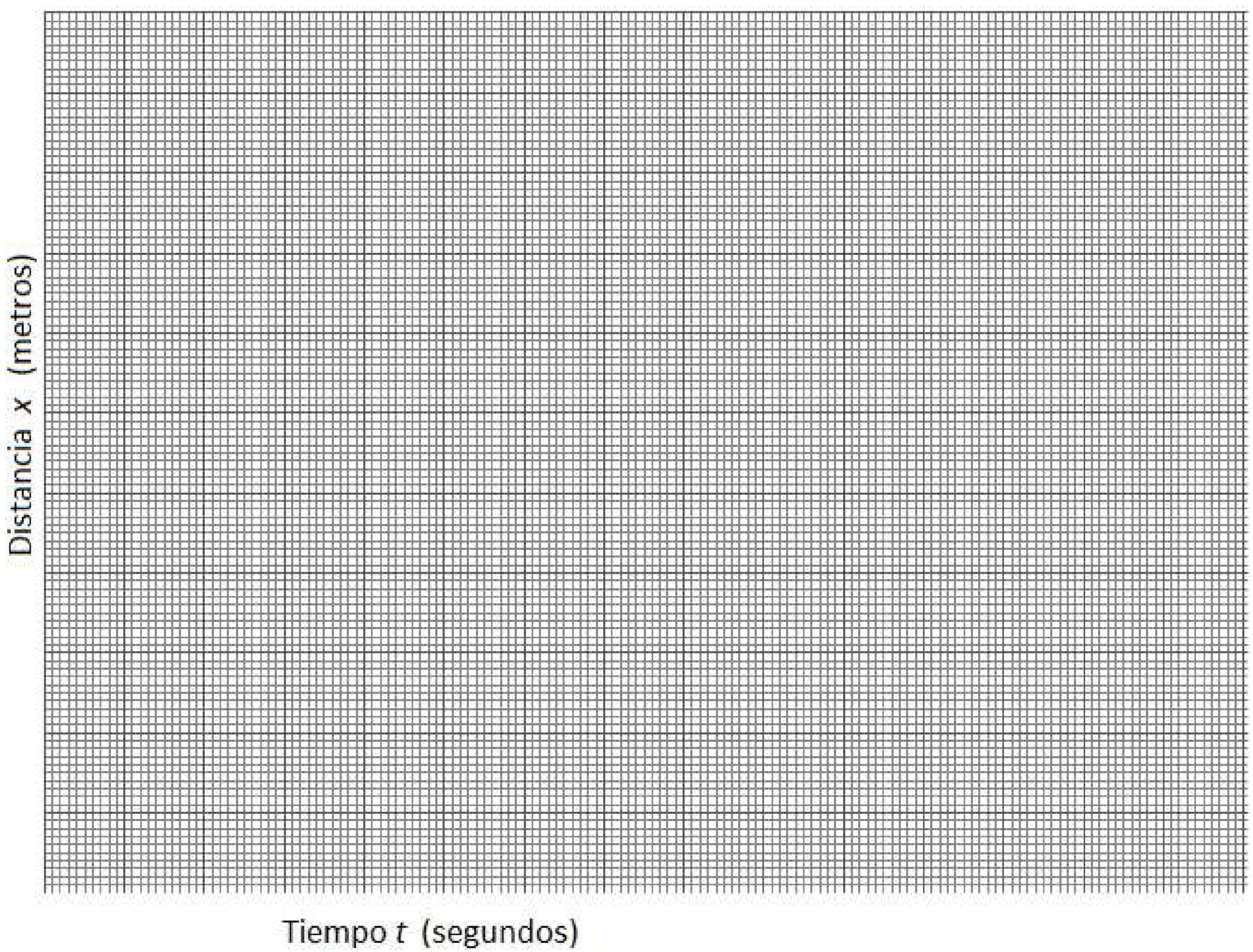
Elabora una tabulación con los datos obtenidos experimentalmente.

Distancia (m)	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_{prom}
0.10						
0.20						
0.30						
0.40						

0.50						
0.60						
0.70						

Sección de Análisis:

1. Haz una gráfica en papel milimétrico con los datos obtenidos.



2. Obtén la ecuación que describa la gráfica del movimiento, es decir la relación entre distancia y tiempo. De ser una relación lineal emplea el método de mínimos cuadrados.

Dato	Variable Independiente Tiempo *t* (s)	Variable Dependiente Posición *x* (m)	***t*x***	***t²***
		0.10		
		0.20		
		0.30		
		0.40		
		0.50		
		0.60		
		0.70		
Sumatorias	$\sum \boldsymbol{x} =$	$\sum \boldsymbol{y} =$	$\sum \boldsymbol{x\,y} =$	$\sum \boldsymbol{x}^2 =$

$$m = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum {x_i}^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum {x_i}^2 \sum y - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum {x_i}^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$m = \frac{(\qquad)\,(\qquad\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)\,(\qquad\qquad)}{(\qquad)(\qquad\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)^2} = \frac{\qquad\qquad}{} =$$

$$b = \frac{(\qquad\qquad)(\qquad\qquad) - (\qquad\qquad\qquad)\,(\qquad\quad)}{(\qquad)(\qquad\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)^2} = \frac{\qquad\qquad}{} =$$

Ecuación obtenida $y = mx + b$ **:** ____________________________

Regresa a las variables originales

x = ___________________________________

3. ¿Se trata de una relación lineal? Justifica tu respuesta

____

____

____

4. ¿Qué cantidad física representa la pendiente de la gráfica?

____

____

5. ¿Se trata de un movimiento rectilíneo uniforme? ¿Cómo lo podemos probar?

____

____

____

6. ¿Existe aceleración?, Si es así ¿Cuál es su valor?

____

____

7. Escribe tus conclusiones acerca de la práctica

____

____

____

____

____

Práctica 10: Movimiento Uniformemente Acelerado

Nombre: ____

Fecha de realización: ______________________ **Grupo:** ____________ **Calificación:** ____________

Objetivo: Analizar el movimiento de un cuerpo que se mueve bajo la acción de fuerzas externas generando un movimiento uniformemente acelerado.

Material.

1 Riel de aluminio con accesorios
1 Juego de pesas
1 Interfaz Xplorer GLX con sensor de movimiento
1 Cinta métrica y rollo de hilo
1 Memoria USB

Fundamento Teórico

En los fenómenos que ocurren en la naturaleza donde estudiamos el movimiento de los cuerpos, es común encontrar un objeto que cambia su velocidad, ya sea en magnitud, dirección o en ambas de manera simultánea, es decir, el cuerpo tiene una aceleración. La aceleración de un móvil es la razón de cambio entre la velocidad y el tiempo o en otras palabras la rapidez con que cambia la velocidad en cierto intervalo de tiempo.

En un instante t_1 un móvil se encuentra en la posición x_1 con una velocidad v_1 en un instante de tiempo posterior t_2 el objeto se encuentra en la posición x_2 con velocidad v_2, la aceleración media del móvil se define como:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Donde Δv es el cambio de velocidad y Δt es el intervalo de tiempo transcurrido, de esta forma la aceleración promedio se define como la razón de cambio de velocidad respecto al tiempo. La aceleración se define como el límite cuando el intervalo de tiempo tiende a cero,

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

En el caso de un movimiento rectilíneo que inicia en el reposo, las condiciones que se imponen son $\bar{a} = \vec{a}$, $t_2 = t$, $t_1 = 0$, $v_1 = 0$ y $v_2 = v$ tenemos entonces

$$a = \frac{v}{t}$$

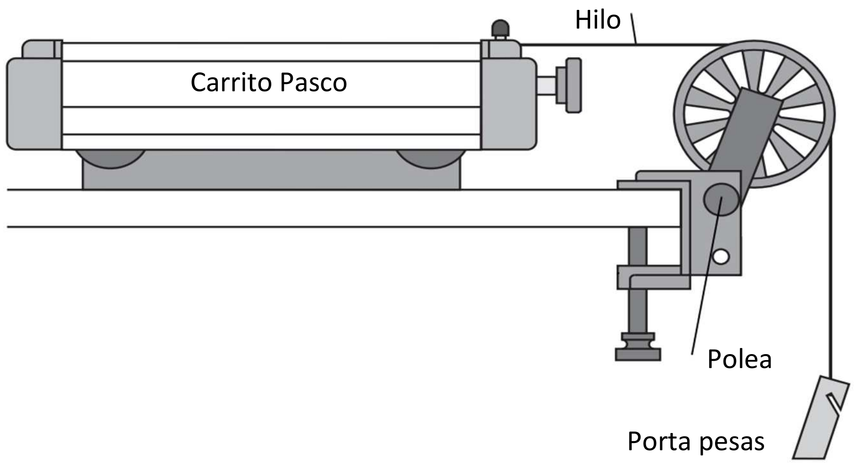
Como recordaremos, $v = \frac{dx}{dt}$, entonces $a = \frac{d\left(\frac{dx}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

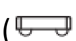
Al integrar esta ecuación dos veces respecto a t, obtenemos:

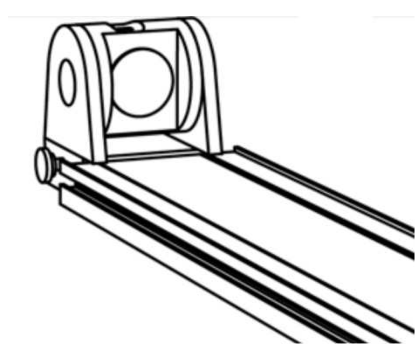
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Actividades

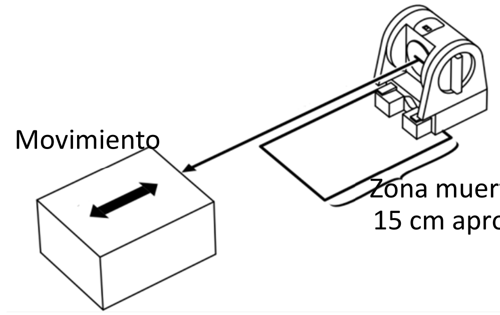
1. Coloca el carrito sobre el riel atado con un hilo al porta pesas como se muestra en la figura siguiente. Entre el carrito y la polea puedes colocar un tope a aproximadamente 1.1 metro de distancia del sensor, para detener el carrito.



2. En el otro extremo el riel, coloca el sensor como se muestra en la figura siguiente. Conecta el sensor a la interfaz. Ajusta el interruptor del sensor para un rango corto, llevándolo a la posición que muestra un carrito ().



3. Debido a que el sensor tiene una zona muerta, coloca el carrito a 20 cm alejado del sensor.



4. Configura el experimento en la interfaz para capturar aproximadamente 10 mediciones en cada experimento. Deberás de realizar el experimento para dos masas diferentes. Para una masa colgante de **20 gramos**, deberás ajustar la configuración del sensor a **5 muestras por segundo**. Para **40 gramos**, deberás ajustar la configuración del sensor a **10 muestras por segundo**. En caso de que uses masas diferentes a las propuestas, deberás experimentar ajustando la velocidad de muestreo en la configuración de la interfaz. Para ajustar estos datos sigue el siguiente procedimiento

   Ajustar el número de muestras por segundo (velocidad de muestreo)

   - Presionar para ir a la pantalla principal.
   - Presionar F4 para abrir la pantalla de sensores.
   - Posicionar el cursor sobre *Sample Rate.* Presionar + o − para seleccionar el número de muestras por segundo deseadas.
   - Presionar para ir a la pantalla principal.

   Mostrar la gráfica posición vs tiempo

   - Presionar para ir a la Pantalla Principal.
   - Presionar F1 para abrir la Pantalla de Gráfica. La pantalla automáticamente seleccionará la gráfica de “posición” contra tiempo.

5. Coloca un peso de tu elección en el porta pesas y comienza a tomar los datos presionando el botón en la interfaz y al mismo tiempo suelta el carrito. Antes de que el carrito choque con el tope, detén la toma de datos volviendo a presionar el botón .

6. Guarda tus datos en tu memoria USB. Los datos se exportan en formato ASCII y los puedes abrir con Excel. La estructura de los datos al abrirlos con Excel es la siguiente

#	Time (s)	Position (m)

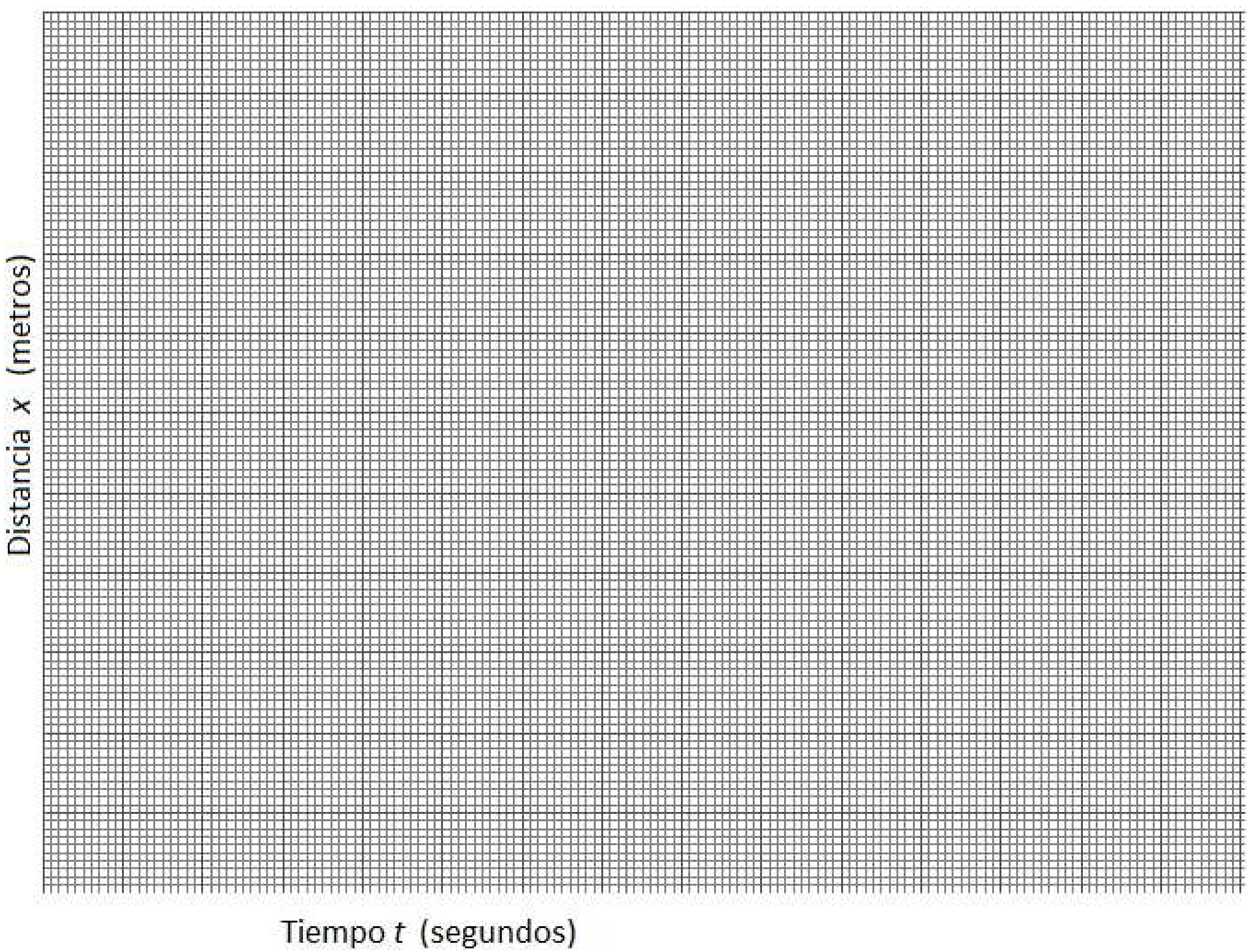
Ver los datos en una tabla y exportarlos a una memoria USB

- Presionar para ir a la Pantalla Principal.
- Presionar F2 para ingresar a la tabla de datos del experimento. Presionar F4 y elige Two Columns, presiona nuevamente F4 y selecciona *Show Time*, para que se muestre el tiempo en la tabla.
- Presiona para ingresar al encabezado de las columnas, desplázate a la segunda columna con la flecha de dirección derecha y vuelve a presionar , elige Position. **Ojo:** La primera columna el tiempo se agregará automáticamente una vez que agregues la segunda columna.
- Inserta una memoria USB en la ranura del costado derecho de la Xplorer GLX.
- Presionar F4 para ingresar al menú Tables, desplázate hasta Export All Data, espera a que se envíen los datos a la memoria USB.
- Una vez que se han enviado los datos, retira la memoria de la ranura.

7. Repite los pasos anteriores, pero ahora con un peso diferente al anterior.

Sección de Análisis:

1. Grafica x vs t para las corridas con cada masa colgante, preferentemente en una sola gráfica.



2. Compara los resultados obtenidos con la masa colgante 1 y 2, ¿qué puedes deducir, a partir de esta comparación? Argumenta la deducción a la que llegas.

3. Obtén la ecuación empírica del comportamiento de cada una de las gráficas con los métodos aprendidos en las prácticas previas. Incluye el procedimiento necesario en tu reporte.
   (1) Gráficas no linealizadas

(2) Cambios de variables para linealizar las gráficas
(3) Gráficas Linealizadas
(4) Aplicación del método de mínimos cuadrados para hallar la ecuación de las gráficas linealizadas.
(5) Revertir los cambios para regresar a las variables originales

Ecuación obtenida para la masa 1 (20 gramos):____

Ecuación obtenida para la masa 2 (40 gramos):____

4. ¿Cómo se modificaron las ecuaciones obtenidas?, ¿dónde afectó el peso colgante en estos resultados?

____
____
____
____
____

5. Desarrolla un procedimiento para calcular, a partir de tus datos, la aceleración en cada experimento. Obtén estas aceleraciones.

____
____
____
____
____
____
____
____

6. ¿Cómo podemos comprobar que efectivamente se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado? Haz la comprobación.

____

7. Escribe tus conclusiones acerca de esta práctica

Práctica 11: Movimiento en Dos Dimensiones

Nombre: ____

Fecha de realización: ________________________ **Grupo:** _____________ **Calificación:** ____________

Objetivo: Obtener la ecuación empírica de la trayectoria para un cuerpo que se mueve en dos dimensiones.

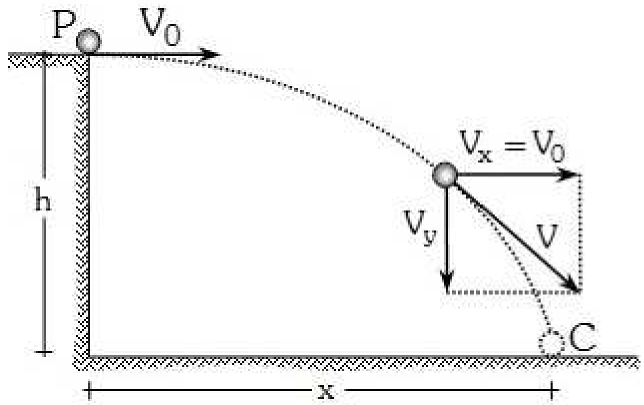
Material.

1 Rampa acanalada
1 Tabla de madera
1 Metro de madera
1 Cinta métrica
1 Balín de metal
Hojas de papel
Hojas de papel carbón

Fundamento Teórico

El principio de independencia de los movimientos de Galileo plantea que los movimientos de los cuerpos en las distintas direcciones son independientes entre sí. Por este motivo, un movimiento complejo en el espacio tridimensional siempre es posible reducirlo al estudio de tres movimientos más sencillos en cada una de las dimensiones.

Así, aplicando este principio al movimiento de un proyectil se efectúa en el plano, luego es posible descomponerlo en dos movimientos independientes, uno en el eje horizontal y otro en el eje vertical. Considerando que los movimientos son simultáneos, Se puede obtener un par de ecuaciones paramétricas del movimiento, en las cuales el parámetro es precisamente el tiempo.



Para que la trayectoria descrita por el cuerpo sea perfectamente parabólica, es necesario considerar que este se mueve en ausencia de fluido, es decir en el vacío. Esto también permitirá que el desplazamiento horizontal sea a velocidad constante (movimiento rectilíneo uniforme), y el desplazamiento vertical uniformemente acelerado (movimiento de caída libre) debido a la influencia de la fuerza de gravedad.

En el movimiento descrito en la figura anterior, la velocidad $\vec{V}$ está dada por la ecuación:

$$\vec{V} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

La magnitud de esta velocidad está dada por

$$|\vec{V}| = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

Y la dirección viene dada por

$$tan(\theta) = \frac{v_y}{v_x}$$

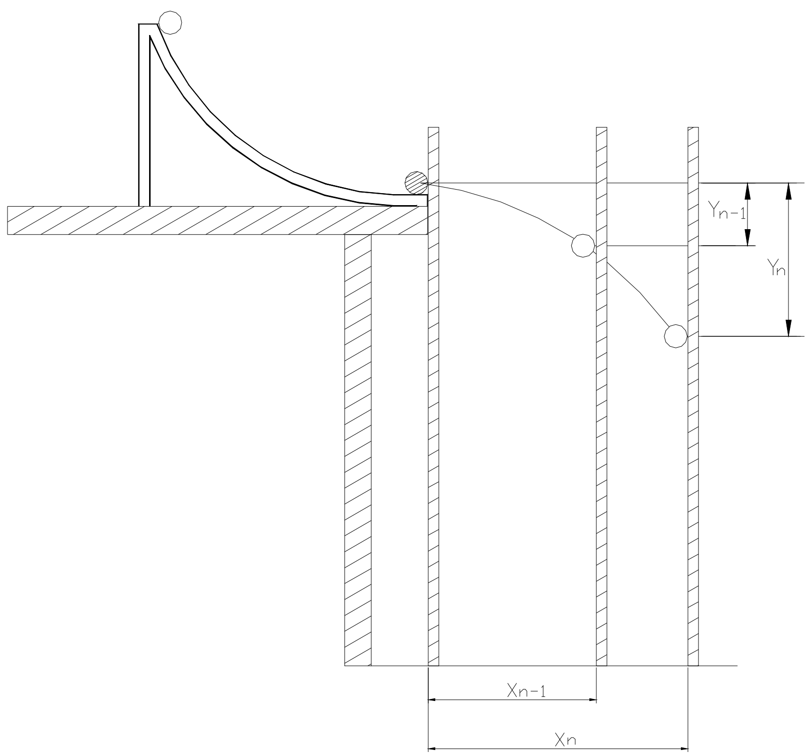
Donde $v_x = v_{ox} = V_0$ y $v_y = v_{0y} - gt$

La posición del cuerpo en un instante *t* está dada por las ecuaciones paramétricas

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Actividad

Situar la rampa acanalada, de modo que su extremo coincida con la orilla de la mesa. Colocar la tabla en forma vertical con el objetivo de marcar la posición vertical que corresponde a la distancia horizontal cero. Dejar caer el balín por la rampa. Alejar la tabla 5 cm desde la orilla de la mesa, dejar caer el balín por la rampa desde la misma altura que el caso anterior y obtener tres marcaciones. Repetir esto cada 5 cm hasta que los impactos ya no se den sobre la tabla.



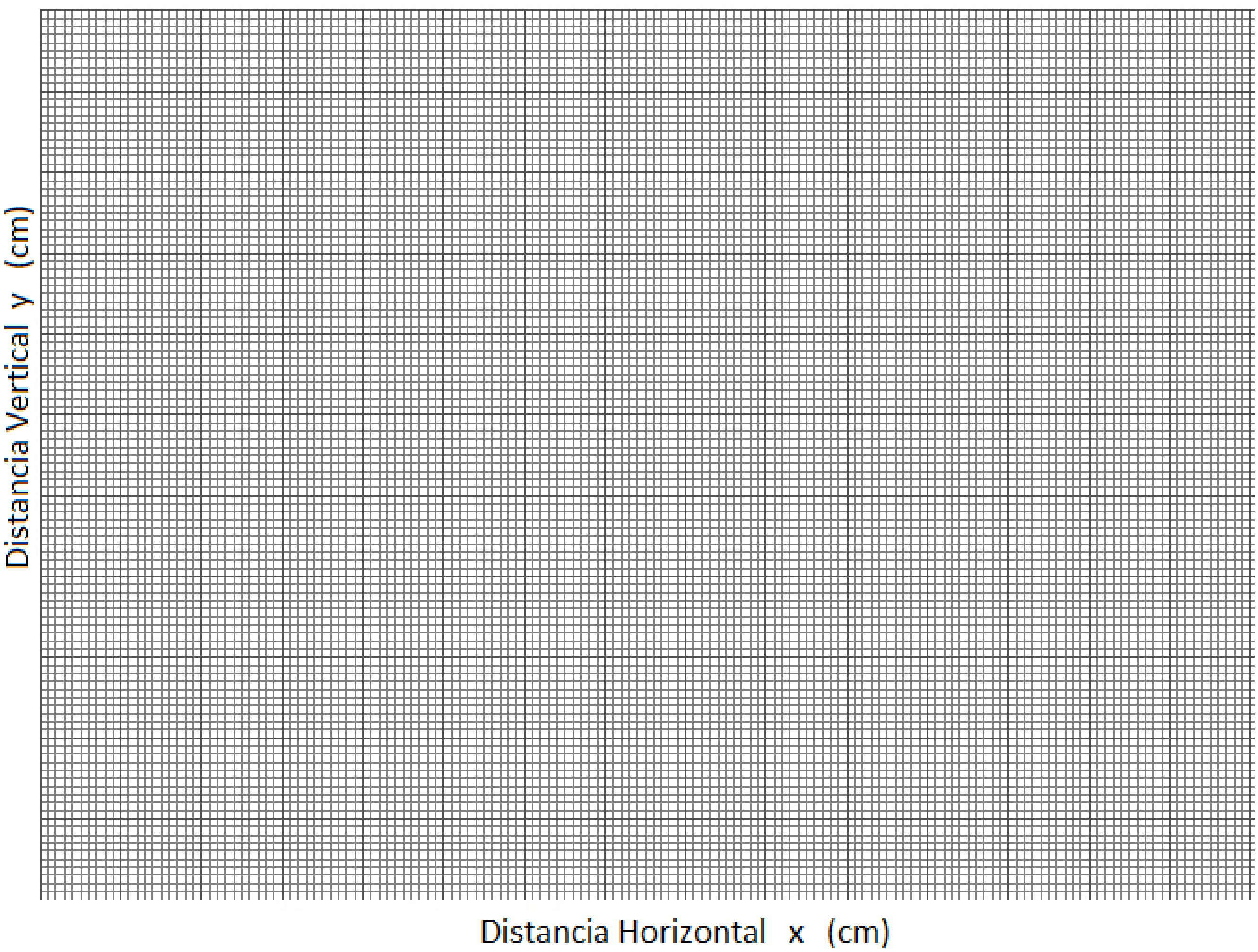
Sección de Análisis:

1. Tabular los datos experimentales obtenidos.

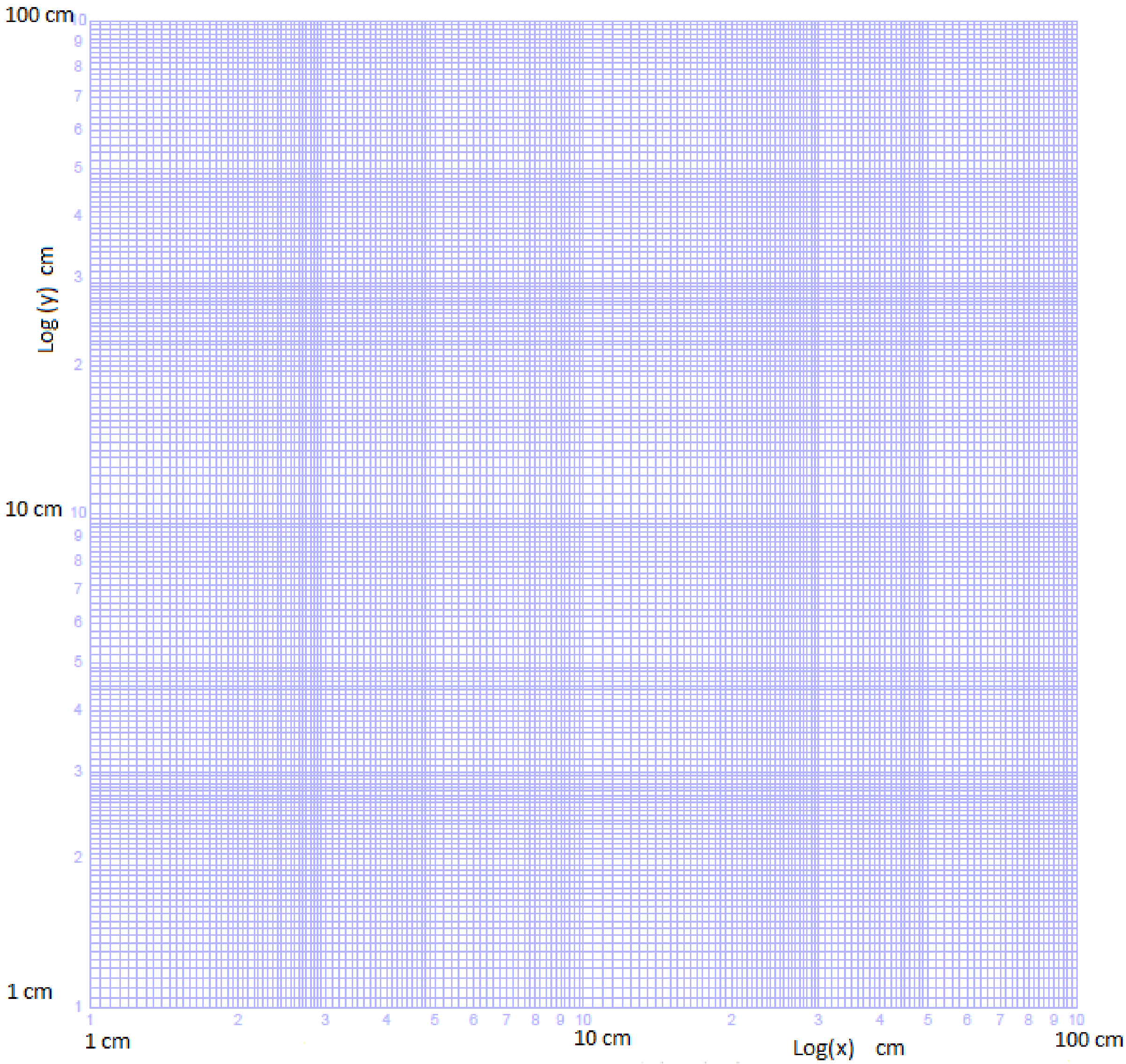
x (cm)	y (cm)	x (cm)	y (cm)	x (cm)	y (cm)
0		30		60	
5		35		65	
10		40		70	

15		45		75	
20		50		80	
25		55		85	

2. Graficar *y* vs *x* en papel milimétrico.



3. Hacer los cambios de variable necesarios (aplicar logaritmos) para lograr la linealización.



4. Partiendo de la gráfica linealizada, obtener la ecuación empírica de comportamiento del fenómeno en estudio. Aplicando el método de los mínimos cuadrados.

Número de Dato	Variable Independiente X	Variable Dependiente Y	XY	X^2
1				
2				
3				

4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
Sumatorias				

$$m = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i{}^2 \sum y - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2}$$

Ecuación lineal obtenida: ____

Regresar a las variables originales,

Ecuación final obtenida: ____________________________________

5. Probar la ecuación. Completando la siguiente tabla:

x	y experimental	y estimada con la ecuación	x	y experimental	y estimada con la ecuación
0			45		
5			50		
10			55		
15			60		
20			65		
25			70		
30			75		
35			80		
40					

6. Escribe tus conclusiones acerca de esta práctica.

____

____

____

____

____

____

____

Práctica 12: Leyes de Newton

Nombre: ____

Fecha de realización: ______________________ Grupo: ____________ Calificación: ____________

Objetivo: Aplicar las leyes de Newton para determinar cualitativamente el estado de movimiento de un cuerpo, así como analizar y calcular el efecto que tiene sobre dicho cuerpo la aplicación de la componente de una fuerza.

Material.

1 Carrito con ventilador PASCO
1 Riel de aluminio con accesorios
1 Báscula digital
1 Súper polea Pasco
1 Juego de pesas

Fundamento Teórico:

La primera ley de Newton explica lo que le ocurre a un objeto cuando ninguna fuerza actúa sobre él. Permanece en reposo o moviéndose en línea recta con rapidez constante. La segunda ley de Newton establece que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza resultante o neta que actúa sobre él, siendo la masa la constante de proporcionalidad, es decir:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \text{ec. (1)}$$

Al aplicar la primera y segunda leyes de Newton a un cuerpo, sólo se está interesado en aquellas fuerzas externas que actúan sobre dicho cuerpo, un diagrama donde se especifican tanto la magnitud como la dirección de las fuerzas externas actuantes, es conocido como diagrama de cuerpo libre. En la tercera ley de Newton se establece que, para describir la interacción entre dos o más cuerpos, no puede existir una fuerza aislada individual. Así, por ejemplo, un objeto que se sitúa sobre una superficie no necesariamente la atraviesa debido a una fuerza normal a la superficie que se opone al peso del mismo.

Actividades

Coloca el carrito sobre el riel de aluminio como se ilustra en la figura 1. No encender aún el ventilador.

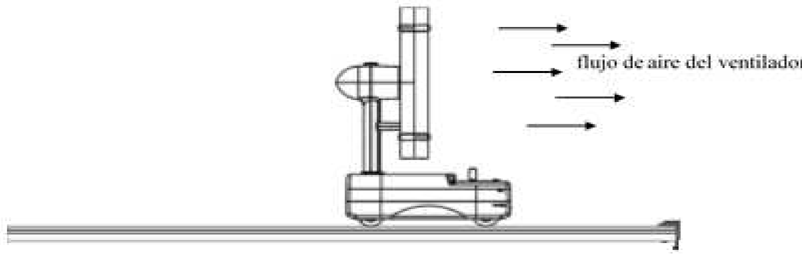


Figura 1

Coloca el ángulo del ventilador en 0°, y la velocidad del ventilador (FAN SPEED) en el rango alto (HIGH) y el botón de duración (PULSE TIME) en 1 s (un segundo).

Ahora sí, enciende el ventilador oprimiendo el botón selector FAN ON con los parámetros indicados anteriormente y observa en qué sentido y con qué rapidez se mueve respecto de la dirección y sentido del flujo de aire **cuando no tiene la veleta***.* De acuerdo a las leyes de Newton, explica la dirección y sentido del movimiento del carrito:

____
____
____
____

Coloca la veleta al carrito de tal manera que su cara o lado plano quede de frente al viento producido por el ventilador, como se indica en la figura 2

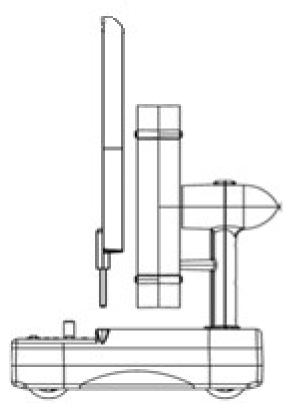


Figura 2

Ya que has colocado la veleta como se indica. Pon el valor del impulso del viento (FAN SPEED) nuevamente en HIGH y 6 s, seis segundos. En seguida enciende el ventilador oprimiendo el botón FAN ON. Observa la rapidez, dirección y sentido de movimiento del carrito, y explica lo que sucede de acuerdo con el flujo de aire resultante al colocar la veleta, y las leyes de Newton. Para apagar el ventilador solo oprime nuevamente el botón FAN ON.

____

____

____

____

Sin encender el ventilador, únicamente voltea 180̊ la veleta para que reciba el viento en su cara curva (del lado que tiene las "X") y observando muy atentamente la forma de la veleta, y de acuerdo a tu análisis de las actividades anteriores en cuanto a la dirección y el sentido que toma el viento; junto con lo establecido por las leyes de newton ¿**En qué sentido predices** que se moverá ahora el carrito? (sin encender aún el ventilador).

____

____

____

____

¡Ahora sí!, enciende el ventilador oprimiendo únicamente el botón FAN ON, y contrasta tu respuesta de la pregunta anterior respecto del sentido y rapidez del movimiento que experimenta el carrito. Así que, de acuerdo con las leyes de Newton. ¿Por qué experimenta el carrito su movimiento en el sentido y rapidez observados?

____

____

____

____

Sujeta al carrito un peso mediante un hilo como se muestra en la figura 3 colocando una masa de 10 g en el porta pesas. Coloca ahora el valor del impulso del viento (FAN SPEED) en variable (VARIABLE), en seguida enciende el ventilador oprimiendo el botón FAN ON y gira lentamente el indicador de velocidad variable (VARIABLE) para ajustar la velocidad del viento hasta que logres que el carrito no se mueva. **¡MUY IMPORTANTE!** una vez que has logrado que el carrito no se mueva mediante el ajuste del indicador VARIABLE deberás *ÚNICAMENTE APAGAR* el ventilador oprimiendo el botón de encendido FAN ON, pero, ¡**SIN MOVER!** para nada el indicador VARIABLE, de lo contrario perderás el ajuste logrado.

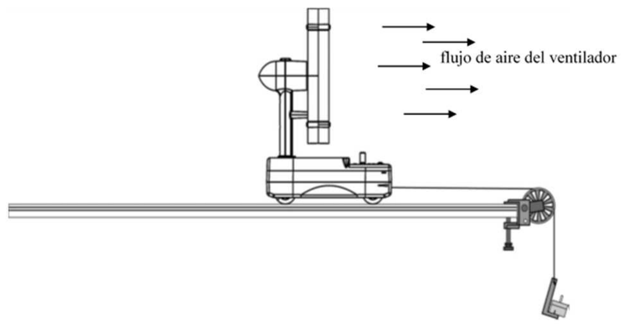


Figura 3

Determina el valor de la fuerza equilibrante $\vec{F}$ que ejerce el carrito sobre el peso de acuerdo con las leyes de Newton, pero *despreciando la fuerza de fricción estática*. De esto se tiene:

$$\vec{F} = m_p \cdot g \qquad \text{ec. (2)}$$

donde m_p es la masa conjunta, la pesa y el porta pesas, que colocaste en la actividad 8. ¿Qué leyes de Newton estás aplicando para obtener la ecuación (2)?

____

____

____

Quita el hilo junto con el porta pesas, y enciende el carrito oprimiendo **únicamente** el botón FAN ON Analiza el movimiento mediante el sensor y la interface Xplorer GLX de toma de datos para graficar velocidad Vs. tiempo. A partir de los datos de velocidad Vs. tiempo, aplica el método de mínimos cuadrados para encontrar el valor de la pendiente, de donde entonces podrás obtener la aceleración del carrito.
Llamemos a esta aceleración $a_{exp\ 1}$.

Para adquirir los datos mediante la interface Xplorer GLX, sigue los siguientes pasos.

1. **Crear un nuevo experimento en el Xplorer GLX**

a) Presionar  para ir a la Pantalla Principal.
b) Usa las flechas de dirección para seleccionar el icono *Data Files* y presionar .
c) Presionar 

para abrir el menú *Files* y posteriormente presionar 

para elegir un nuevo archivo.

d) Se mostrará un diálogo preguntando si deseas guardar el archivo anterior, presiona F1 para guardarlo o F2 para no guardar.

2. Conectar el sensor de movimiento al Xplorer GLX.

a) Conectar el sensor de movimiento en la parte superior del GLX. Verifica que se ensamble correctamente con la parte superior del GLX.

b) Si existen otros sensores conectados al GLX, retirarlos.

3. Seleccionar el periodo de muestreo.

a) Presionar para ir a la Pantalla Principal.

b) Presionar F4 para abrir la Pantalla de Sensores.

c) Posicionar el cursor sobre *Sample Rate.* + − y Presionar para seleccionar un muestreo de 10 datos por segundo

d) Posicionar el cursor sobre *Position* y presionar para poner *Not Visible.*

e) Posicionar el cursor sobre *Velocity* y presionar para poner *Visible.*

4. Captura de datos

a) Coloca el sensor de movimiento en el extremo del riel.
b) Deja la masa de 10 g en el porta pesas.
c) Enciende el carrito ventilador, y en ese mismo momento presionar para iniciar la captura de datos.

d) Detén el carrito antes de que choque contra la polea. Presionar para terminar la medición.

e) Presionar F1 para auto escalar la gráfica.

5. Exportar los datos a una memoria USB

a) Presionar para ir a la Pantalla Principal.

b) Presionar F2 para ingresar a la tabla de datos del experimento. Presionar F4 y selecciona *Show Time*, para que se muestre el tiempo en la tabla.
c) Inserta una memoria USB en la ranura del costado derecho de la Xplorer GLX.
d) Presionar F4 para ingresar al menú Tables, desplázate hasta Export All Data, espera a que se envíen los datos a la memoria USB.
e) Una vez que se han enviado los datos, retira la memoria de la ranura.
f) Abre el archivo .txt con Excel.

1. Determina la masa del carrito y con el apoyo de las leyes de Newton, ec. (1), y la aceleración obtenida previamente, determina el valor de la fuerza $\vec{f}$ que acelera al carrito.

2. Puesto que no se ha movido el indicador VARIABLE el impulso impuesto al ventilador sigue siendo el mismo. Si ahora despreciamos la fuerza de fricción entre el riel y las llantas, dado que notamos que debe ser muy pequeña comparada con las fuerzas que impulsan al carrito. De esta manera podemos tener entonces la siguiente ecuación $\vec{F} = \vec{f}$. De donde al comparar con el valor obtenido para $\vec{f}$ y el valor obtenido para $\vec{F}$ dado por la ec. (2) en la actividad 9, resulta entonces que podemos obtener teóricamente el siguiente valor para la aceleración del carrito:

$$a_{teórica} = \left(\frac{m_p}{m_c}\right) \cdot g$$

donde m_c es la masa del carrito. ¿Cómo es $a_{teórica}$ respecto de la aceleración $a_{\exp 1}$?

____

____

____

¿Crees entonces que, en este caso, la teoría logra explicar satisfactoriamente el experimento realizado?

____

____

____

3. Ahora, *sin mover el indicador VARIABLE*, gira el ventilador a la posición de 60° y enciende el carrito. Analiza el movimiento mediante el sensor y su interface de toma de datos para graficar velocidad Vs. tiempo y obtener mediante el análisis de mínimos cuadrados el valor de la pendiente, de donde, considerando que el carrito experimenta fuerzas externas constantes, obtén nuevamente la aceleración del carrito. Llamemos a esta aceleración a_{exp2} . Aplica la ec. (1) para obtener la fuerza neta que experimenta en estas condiciones el carrito.

____

4. Calcula el producto de la fuerza que determinaste en la actividad 11 (fuerza $\vec{f}$) por el coseno de 60°, y compáralo con el valor que obtuviste en la actividad 13**.** De acuerdo con el resultado de tu cálculo. ¿Consideras que el concepto matemático de la componente de un vector, para una fuerza en caso en particular, se comprueba en el experimento? Explicar el porqué de tu respuesta. En la fig. 4 se ilustra esquemáticamente el experimento donde no se muestra fuerza de fricción dinámica pues hay que recordar que se está despreciando al considerarse muy pequeña comparada con la fuerza $\vec{f}$.

____

____

____

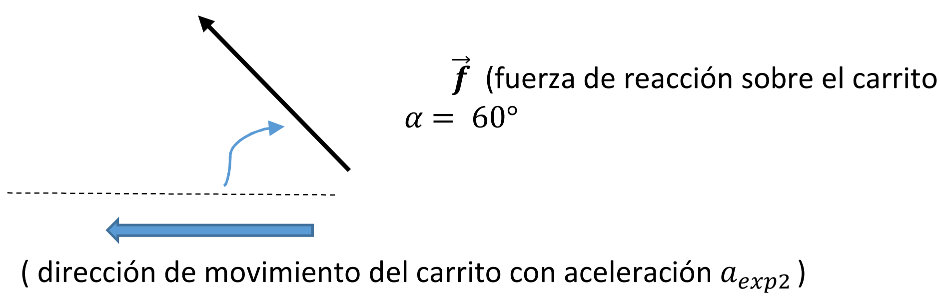


Figura 4

Escribe tus conclusiones de esta práctica

____

____

____

____

____

____